朝倉 数学ハンドブック［基礎編］

飯高　茂（学習院大学）
楠岡成雄（東京大学）
室田一雄（東京大学）
【編集】

- ●テーマごとに一般解説のほか，定義，定理，略証，公式，例，例題などで構成
- ●専門のみならず，専門外の内容を理解することができるよう平易な記述を目指した
- ●理工系学生のための必携書

A5判　816頁
刊行記念特価17,850円（本体17,000円）
［2010年12月末まで］
定価21,000円（本体20,000円）
ISBN 978-4-254-11123-1 C3041

朝倉書店

『朝倉 数学ハンドブック』〔序文より〕

数学は最古の学問の1つであり，ますます重要になってきた．応用上も数学は大切であるが，数学がうまく使えないためにプロジェクトが進まない例もあり，数学を応用するために数学のエッセンスを早く知りたいという学生や研究者，技術者は数多い．しかしながら，数学の学習が容易でないことは誰もが認めていることである．

数学の専門家にならない一般の理系学生や実務家にとっては，数学の教科書で証明を吟味しながら，また例を考えつつ隅から隅まで読むことは至難の業である．数学者になるわけではないから，簡単に数学の分かる本は無いかという要望は各方面から寄せられている．

それに応えるべくまとめられたのが本書である．大学の学部程度で学ぶ数学の要点を基礎編として1巻にまとめ，さらに数学の応用に関する部分を応用編として別の1巻にまとめた．定義があり，命題や定理とその証明が続くのが数学書の流れであるが，本書ではより簡単に済ますため，定理の証明を詳しくは述べない．しばしば略証でとどめ，場合によっては例を示すことで証明に替えた．厳密な論理性を損なっても，気軽にわかり数学が身近になることを優先させたのである．このことはそれなりに意味のあることであろう．

［基礎編］

『朝倉 数学ハンドブック』［応用編］（2011年1月刊予定）

本文組見本

5 圏　と　関　手

5.1　圏

X, Y, Z, W を集合とする．$\mathrm{Map}(X, Y)$ を X から Y への写像全体の作る集合とする．

$\mathrm{Map}(X, X)$ の元である恒等写像 id_X を 1_X とおくと任意の $f \in \mathrm{Map}(X, Y)$，$g \in \mathrm{Map}(Y, Z)$，$h \in \mathrm{Map}(Z, W)$ について次の性質が成り立つ．

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f, \quad f \circ 1_X = 1_Y \circ f = f \tag{5.1}$$

ここで $g \circ f$ は写像の結合を表す．

以上の性質を抽象化して圏の概念が導入される．

写像の集合 $\mathrm{Map}(X, Y)$ の代わりに集合 $\mathrm{hom}(X, Y)$ を考え，写像の結合のもつ性質を抽象化して考えるのである．

5.1.1　圏 の 定 義

集合 Ob があり任意の $X, Y \in Ob$ について，集合 $\mathrm{hom}(X, Y)$ があり，さらに任意の $X, Y, Z, W \in Ob$ について写像 $\Psi : \mathrm{hom}(X, Y) \times \mathrm{hom}(Y, Z) \to \mathrm{hom}(X, Z)$ があるとする．しかも Ψ は写像の結合とは限らないが，ある記号 $\circ$ によって，$\Psi(g, f) = g \circ f$ と書けるとする．

さらに，各 X について $1_X \in \mathrm{hom}(X, X)$ があり，各 $f \in \mathrm{hom}(X, Y), g \in \mathrm{hom}(Y, Z), h \in \mathrm{hom}(Z, W)$ が次の性質を満たすとする．

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f, \quad f \circ 1_X = 1_Y \circ f = f \tag{5.2}$$

このとき，Ob を**対象** (object) の集合といい，$\mathrm{hom}(X, Y)$ の元を X から Y への**射** (arrow または morphism) という．さらに $X = X'$ と $Y = Y'$ とが成り立つ以外のときには $\mathrm{hom}(X, Y) \cap \mathrm{hom}(X', Y') = \emptyset$ とする．

集合 Ob と射全体をまとめて**圏** (category) という．すなわち，圏 $\mathcal{C}$ は対象の集合と射の集合からなる．圏 $\mathcal{C}$ の対象の集合をとくに $Ob(\mathcal{C})$ と書く．

本文組見本

3.3.4　助変数をもつ微分方程式と WKB 解

小さなパラメータ（助変数）ϵ $(0 < \epsilon \le \epsilon_0)$ をもつ特異摂動タイプの微分方程式（**1 次元シュレーディンガー** (Schrödinger) **方程式**）

$$\epsilon^{2k}\frac{d^2x}{dt^2} - q(t,\epsilon)x = 0 \quad (k \text{ は自然数,} \quad q(t,\epsilon) \sim \sum_{n=0}^{\infty} q_n(t)\epsilon^n \ (\epsilon \to 0)) \qquad (3.20)$$

は次のような形式解 $\tilde{x}(t,\epsilon)$ をもつ：

$$\tilde{x}(t,\epsilon) = \frac{1}{\sqrt[4]{q_0(t)}} \exp\left(\frac{1}{\epsilon^k}\sum_{n=0}^{k-1} a_n(t)\epsilon^n\right) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} b_n(t)\epsilon^n,$$
$$a_0(t) = \pm\int^t \sqrt{q_0(s)}ds, \quad b_0(t) = \text{定数}.$$

この ϵ についての冪級数 $\tilde{x}(t,\epsilon)$ は $\epsilon \to 0$ のとき，t の適当な領域において真の解の漸近展開である．この解は $q_0(t) = 0$ となる t（これを**転移点**という）においては意味がない．

転移点における解を見つけるのは一般に容易ではない．パラメータをもつエアリーの微分方程式 $\epsilon^2(d^2x/dt^2) - tx = 0$ の解は，エアリー関数（またはベッセル関数）で表される．もっと一般に $q_0(t)$ の零点（転移点）が 1 位であれば，(3.20) の解の漸近展開はエアリー関数を用いて表される．

(3.20) で $k = 1$ の場合，次式で与えられる漸近解の第 1 項

$$\tilde{x}_\pm(t,\epsilon) = \frac{1}{\sqrt[4]{q_0(t)}} \exp\left(\pm\frac{1}{\epsilon}\int^t \sqrt{q_0(s)}ds\right)$$

は Wentzel, Kramers, Brillouin 3 者の頭文字をとって **WKB 解**と呼ばれる（Wasow[19], p.158）．$q_0(t) = t$ のとき解はエアリー関数で表されるが，$q_0(t)$ が多項式や有理関数の場合はこの WKB 解が（応用上）よく利用される（一般に $\int\sqrt{q_0(t)}dt$ の積分は不可能である）．$q_0(t)$ が多項式のとき，$t = \infty$ は不確定特異点であり，∞ の近傍における漸近解の第 1 近似はうえの WKB 解において $\epsilon =$ 定数とみなしたものである．等式 $\Re\int_a^t \sqrt{q_0(s)}ds = 0$ $(q_0(a) = 0)$ を満たす t の集合は $t = a$（転移点）から出る曲線を表し，**ストークス曲線**と呼ばれる．エアリーの微分方程式の場合は転移点である原点（または不確定特異点である無限遠点）からでる直線 $\arg t = \pm\pi/3, \pm\pi, \pm5\pi/3$ である．

読者対象
- 理工系の学生・研究者・技術者
- 高校・大学図書館、公共図書館など

［2010年5月刊］

きりとり線

【お申し込み書】この申し込み書にご記入のうえ、最寄りの書店にご注文下さい。

朝倉 数学ハンドブック［基礎編］

A5判　816頁　刊行記念特価17,850円（本体17,000円）[2010年12月末まで]
定価21,000円（本体20,000円）

ISBN 978-4-254-11123-1 C3041

冊

取扱書店

●お名前　□公費／□私費

●ご住所（〒　　　　）TEL

朝倉書店
〒162-8707 東京都新宿区新小川町6-29／振替00160-9-8673
電話 03-3260-7631／FAX 03-3260-0180
http://www.asakura.co.jp　eigyo@asakura.co.jp