数学の様々な定数がどのように誕生し，なぜ重要なのかを体系的に解説

数学定数事典

(Mathematical Constants)

スティーヴン・R・フィンチ［著］
一松　信［監訳］

円周率π、自然対数の底e、$\sqrt{2}$などの有名なものから、あまり知られていないめずらしいものまで、数学の定数約960を網羅して解説。定数がどのように誕生し、なぜ重要なのか、すべての有意義な定数を体系的に説明し、項目ごとに詳細な文献リストをまとめてある。

A5判　608頁　函入上製本
定価16,800円（本体16,000円）
ISBN 978-4-254-11126-2 C3541

朝倉書店

本文組見本

[130] R. Gastmans andW. Troost, On the evaluation of polylogarithmic integrals, *Simon Stevin* 55 (1981) 205-219; MR 83c:65028.
[131] P. J. de Doelder, On some series containing $\psi(x)-\psi(y)$ and $(\psi(x)-\psi(y))^2$ for certain values of x and y, *J. Comput. Appl. Math.* 37 (1991) 125-141; MR 92m:40002.

1.7　カタランの定数，G

Catalan（カタラン）の定数 G は

$$G=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^2}=0.9159655941\cdots$$

で定義される．我々はアペリの定数【1.6】とともに議論を進めていくことにする．この2つを比較していくことは，充分意味のあることである．まず，Dirichlet（**ディリクレ**）**のベータ関数**

$$\beta(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^x},\quad x>0$$

(mod 4 の非単位指標につ
べてみる．$G=\beta(2)$ であ
　ベータ関数は x の値が正

である[1-3]．ここで，{E

β

である．ゼータ関数【1.6】

によって全複素数平面に解
【1.5.4】である．ディリク
れ，特異点はもたない．素

$$\beta(x)=\prod_{\substack{p\ 素\\ p\equiv 1 \bmod 4}}\Big(1-$$

によって最もよく要約され
る．これと密接に関係する

$\lambda(x)$

がある[8-10]．たとえば，

1.1178641511…	ゴー-シュムツ定数，ゴロム-ディックマンに関連【5.4】
1.1180339887…	$\sqrt{5}/2$，シュタイニッツ定数の1つ【3.13】
1.128057…	浸透集積密度定数の1つ【5.18】
1.1289822228…	オッターの木数え上げ定数に関連【5.6】
1.13198824…	ヴィスワナスの定数，黄金比に関連【1.2】
1.1365599187…	オッターの木数え上げ定数に関連【5.6】
1.1373387363…	デジタル検索木定数の1つ【5.14】
1.1481508398…	ポーターの定数に関連【2.18】
1.1504807723…	ゴールドバッハ-ヴィノグラドフ定数，ハーディ-リトルウッド定数に関連【2.1】
1.1530805616…	ランダウ-ラマヌジャン定数に関連【2.3】
1.1563081248…	ポリヤの酔歩定数の1つ【5.9】
1.1574198038…	オッターの木数え上げ定数に関連【5.6】
1.1575…	自己回避歩行定数の1つ【5.10】
1.1587284730…	放牧山羊定数，円による被覆定数に関連【8.2】
1.159…	自己回避歩行定数の1つ【5.10】
1.1662436161…	$4G/\pi$，レンツ-イジング定数に関連【5.22】
1.1762808182…	サレム定数【2.30】
1.177043…	自己回避歩行定数の1つ【5.10】
1.1789797444…	$2G/\pi$，ウィルブラハム-ギッブス定数に関連【4.1】
1.1803405990…	h_1，オイラー-マスケロニの定数に関連【1.5.4】
1.1865691104…	$\pi^2/(12\ln(2))$，レヴィ定数【1.8】
1.1874523511…	フォイアズの定数，グロスマンの定数に関連【6.4】
1.1981402347…	M，ガウスのレムニスケート定数【6.1】
1.1996786402…	ラプラス極限定数に関連【4.8】
1.2013035599…	ローザーの定数，ハーディ-リトルウッド定数に関連【2.1】
1.2020569031…	$\zeta(3)$，アペリの定数【1.6】
1.205…	自己回避歩行定数の1つ【5.10】
1.2087177032…	バクスターの定数，リーブの正方形氷定数に関連【5.24】
1.2160045618…	オッターの木数え上げ定数の1つ【5.6】
1.21667…	自己回避歩行定数の1つ【5.10】
1.2341663491…	オッターの木数え上げ定数の1つ【5.6】

監訳者

一松　信　京都大学名誉教授

訳者（* 幹事）

鹿野　健* 前 山形大学
神谷　茂保* 岡山理科大学
倉坪　茂彦　弘前大学
後藤　和雄　鳥取大学
山野　剛助　金沢工業大学

内容目次

1章　有名な定数

1.1 ピタゴラスの定数，$\sqrt{2}$
1.2 黄金比，ψ
1.3 自然対数の底，e
1.4 アルキメデスの定数，π
1.5 オイラー - マスケロニの定数，γ
1.6 アペリの定数，$\zeta(3)$
1.7 カタランの定数，G
1.8 ヒンチン - レヴィ定数
1.9 ファイゲンバウム - クーレ - トレサー定数
1.10 マデラングの定数
1.11 チャイティンの定数

2章　数論に関する定数

2.1 ハーディ - リトルウッド定数
2.2 マイセル - メルテンス定数
2.3 ランダウ - ラマヌジャン定数
2.4 アルティン定数
2.5 ハフナー - サルナック - マッカレー定数
2.6 ニーヴェン定数
2.7 オイラーの約数関数
2.8 ペル - スティーヴンハーゲン定数
2.9 アラディ - グリンステッド定数
2.10 シェルピンスキー定数
2.11 過剰数の密度定数
2.12 リンニク定数
2.13 ミル定数
2.14 ブルン定数
2.15 グレイシャー - キンケリン定数
2.16 ストラルスキ - ハルボルス定数
2.17 ガウス - クズミン - ヴィルジング定数
2.18 ポーター - ヘンズリー定数
2.19 ヴァレー定数
2.20 エルデーシュの逆数和定数
2.21 スティルチェス定数
2.22 リューヴィル - ロス定数
2.23 ディオファンタス近似定数
2.24 自己数密度定数
2.25 カメロンの無和集合定数
2.26 無三重集合定数
2.27 エルデーシュ - レーベンソールド定数
2.28 エルデーシュの和違い集合定数
2.29 高速行列乗法の定数
2.30 ピゾー - ヴィジャヤラハヴァン - サーレム定数
2.31 フレイマンの定数
2.32 ド・ブルイン - ニューマン定数
2.33 ホール - モンゴメリー定数

3章　解析学の不等式に関する定数

3.1 シャピロ - ドリンフェルドの定数
3.2 カールソン - レヴィンの定数
3.3 ランダウ - コルモゴロフの定数
3.4 ヒルベルト定数
3.5 コプソン - ド・ブルイン定数
3.6 ソボレフの等周定数
3.7 コーン定数
3.8 ウィットニー - ミクリンの拡張定数
3.9 ゾロタリョーフ - シュア定数
3.10 クネーザー - マーラー多項式定数
3.11 グロタンディークの定数
3.12 デュボア・レイモン定数
3.13 シュタイニッツ定数
3.14 ヤング - フェイエール - ジャクソン定数
3.15 ファン・デル・コルプト定数
3.16 トゥラーンの指数和定数

4章　関数の近似に関する定数

4.1 ギッブス - ウィルブラハム定数
4.2 ルベーグ定数
4.3 アキェゼル - クレイン - ファヴァール定数
4.4 ベルンシュテイン定数
4.5 「1/9」予想の定数
4.6 フランセン - ロビンソン定数
4.7 ベリー - エッセン定数
4.8 ラプラス限界定数
4.9 整係数チェビシェフ定数

5章　離散構造数え上げに関する定数

5.1 アーベル群数え上げに関する定数
5.2 ピタゴラス3数定数
5.3 レーニィの駐車定数
5.4 ゴロム - ディックマン定数
5.5 カルマールの合成定数
5.6 オッターの木の数え上げ定数
5.7 レンジェル定数
5.8 竹内 - プレルバーグ定数
5.9 ポリヤの酔歩定数
5.10 自己回避歩行定数
5.11 フェラーの硬貨投げ定数
5.12 強正方形エントロピー定数
5.13 2分検索木定数
5.14 デジタル検索木定数
5.15 最適停止定数
5.16 極値定数
5.17 パターンをもたない語の定数
5.18 浸透のクラスター密度定数
5.19 クラナーのポリオミノ定数
5.20 最長部分数列の定数
5.21 k - 充足可能の定数
5.22 レンツ - イジング定数
5.23 モノマー・ダイマー定数
5.24 リーブの正方氷定数
5.25 タット - ベラハ定数

6章　関数の反復に関する定数

6.1 ガウスのレムニスケート定数
6.2 オイラー - ゴンパーツ定数
6.3 ケプラー - ボウカンプ定数
6.4 グロスマンの定数
6.5 プルーフェの定数
6.6 レーマーの定数
6.7 カーエンの定数
6.8 プルーエ - トゥエ - モース定数
6.9 ミンコフスキー - バウアーの定数
6.10 2次数列の定数
6.11 反復指数の定数
6.12 コンウェイの定数

7章　複素解析に関する定数

7.1 ブロック - ランダウ定数
7.2 マサー - グラメイン定数
7.3 ホイッタカー - ゴンチャロフ定数
7.4 ジョン定数
7.5 ヘイマン定数
7.6 リトルウッド - クルニー - ポメレンケ定数
7.7 リース - コルモゴロフ定数
7.8 グレッチュ環状領域定数

8章　幾何学に関する定数

8.1 幾何確率定数
8.2 円による被覆定数
8.3 普遍被覆定数
8.4 モザーのミミズ定数
8.5 巡回セールスマン定数
8.6 シュタイナー木定数
8.7 エルミートの定数
8.8 タムスの定数
8.9 双曲的体積定数
8.10 ルーロー三角形定数
8.11 光探知定数
8.12 ソファー移動定数
8.13 カラビの三角形定数
8.14 デヴィッチの4次元立方体定数
8.15 グラハムの六角形定数
8.16 ハイルブロンの三角形定数
8.17 掛谷 - ベシコヴィッチ定数
8.18 直線的交点定数
8.19 外半径 - 内半径定数
8.20 アポロニウス充填定数
8.21 出会い定数

補　遺
付録　定数一覧
定数索引
事項索引

本文組見本

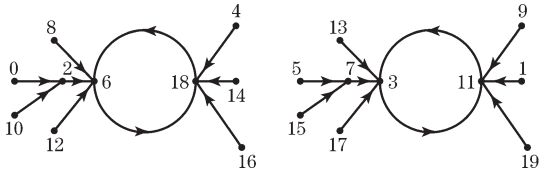

図 5.1　$\psi(x)=x^2+2 \bmod 20$ の関数グラフ（functional graph）は 2 つの成分（component）をもつ．各々は長さ 2 の閉路（cycle）をもつ．

ることにも注意せよ．これは，このような長さの最大値である．だから，**最長ローパス**（longest rho-path）を $R(\psi)=4$ と定義する．明らかに，前の例に対して，$L(\varphi)=1$ と $R(\varphi)=5$ である．任意の n 写像 φ に対して[61]，

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\mathrm{E}(L(\varphi))}{\sqrt{n}}=\sqrt{2\pi}\,\ln(2)=1.7374623212\cdots$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\mathrm{E}(R(\varphi))}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\int_0^\infty(1-e^{\mathrm{Ei}(-x)-I(x)})\,dx=2.4149010237\cdots$$

である．ただし，

$$I(x)=\int_0^x\frac{e^{-y}}{y}\left(1-\exp\left(\frac{-2y}{e^{x-y}-1}\right)\right)dy$$

である．

写像 φ に関連する他の量は，**最大木**（largest tree）$P(\varphi)$ である．φ の各サイクルにおける各頂点は，一意の極大木（maximal tree）の根（root）である【5.6】．頂点が最大数の木を選ぶ．この数を $P(\varphi)$ とする．2 つの例に対して，明らかに，$P(\varphi)=2$ と $P(\psi)=6$ である．任意の n 写像 φ に対して[12,61]，

$$\nu=\lim_{n\to\infty}\frac{\mathrm{E}(P(\varphi))}{n}=2\int_0^\infty[1-(1-F(x))^{-1}]\,dx=0.4834983471\cdots$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\mathrm{Var}(P(\varphi))}{n^2}=\frac{8}{3}\int_0^\infty[1-(1-F(x))^{-1}]\,x\,dx-\nu^2=0.0494698522\cdots$$

読者対象
●理工系の学生・研究者・技術者
●高校・大学図書館、公共図書館など

［2010年2月刊］

きりとり線

【お申し込み書】この申し込み書にご記入のうえ、最寄りの書店にご注文下さい。

数学定数事典
A5判　608頁　定価16,800円(本体16,000円)
ISBN 978-4-254-11126-2 C3541
冊

●お名前　　□公費／□私費
●ご住所(〒　　)TEL

取扱書店

朝倉書店
〒162-8707 東京都新宿区新小川町6-29／振替00160-9-8673
電話 03-3260-7631／FAX 03-3260-0180
http://www.asakura.co.jp　eigyo@asakura.co.jp