A

ファイナンス分析で便利な **Excel** テクニック

ファイナンスの問題を扱うためにはどうしてもたくさんのデータを使った統計分析やシミュレーションを避けて通れない．そのために，高級なデータベース機能を備えた統計分析ソフトウェアや，よりプリミティブな開発言語にサブルーチン集を追加して利用するといった本格的な選択はいずれ考えるべきかもしれないが，まず最初に，手軽に使えて便利なものは Excel だろう．

Excel は一般的なスプレッドシート型計算ソフトであるため，直感的にわかりやすく，また強力な分析ツールや関数，さらに Visual Basic などの開発言語も備えているため，巨大データの扱いと計算速度を追求しなければかなり使えるソフトウェアである．

本書でも，Excel による分析を多数取り入れている．また章末問題の多くを Excel による演習という位置づけにしている．そこで，まだ Excel に十分に慣れ親しんでいない読者に向けて，必要最小限かつ便利な機能を中心に学べるように，以下にコンパクトな説明を用意した．

最初にこの章を読むに当たっての注意点をまとめておく．

- Excel のツールバー（Excel の上部に表示されている部分）を選択するときは「 」で示す．たとえば，「ホーム」はマウスでツールバーの中にある「ホーム」という文字をクリックすることを意味する．
- プログラムや関数は，`function( )`，`PriceAnuity(1000,5*12,0.12/12)` などの字体で表すが，関数が参照している範囲（`( )` の中身）は省略することがある．
- Excel の分析ツールを頻繁に使うので，次の方法で分析ツールを使えるようにする必要がある．というのも，Excel はインストールした状態では分析

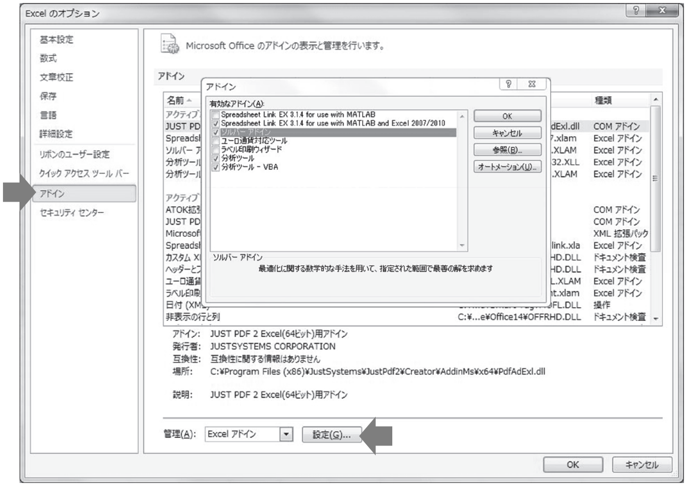

図 **A.1**　Excel のオプション画面

ツールやソルバーなどのアドインソフトが利用できるようになっていない.

Excel2010 の場合（図 A.1）：

(1) 「ファイル」→「オプション」→「アドイン」を選択し，現れているウィンドウ画面の一番下にある「設定」をクリック.

(2) 現れたウィンドウ画面で，「ソルバーアドイン」，「分析ツール」と「分析ツール－ VBA」の左側にある「□」をクリックすると「レ」印がつくので，「OK」で登録完了.

Excel2007 の場合：

(1) Excel 画面の左上にあるオフィスのマークをクリック→「Excel のオプション」→「アドイン」を選択し，一番下にある「設定」をクリック.

(2) 現れた画面で，「ソルバーアドイン」，「分析ツール」と「分析ツール－ VBA」の左側にある「□」をクリックすると「レ」印がつくので，「OK」で登録完了.

Excel2003 の場合：

(1) 「ツール」→「アドイン」を選択（選択したい項目が隠れている場合には，一番下に現れている展開マーク「 」をクリックする）.

(2)「アドイン」画面が現れたら「ソルバーアドイン」,「分析ツール」と「分析ツール − VBA」の左側にある「□」をクリックすると「レ」印がつくので,「OK」で登録完了.

- マクロ機能や VBA プログラムを作成・修正するために「開発」をツールバーに表示させておくと便利である．また，Excel2003 の場合はファイルのセキュリティレベルを高くしておくとマクロが使えないので，事前にレベルを変更しておく必要がある.

Excel2010 の場合：

(1)「ファイル」→「オプション」→「リボンのユーザー設定」を選択すると，現れたウィンドウ画面の右側寄り部分にある「リボンのユーザー設定」欄の中で「メインタブ」の項目を選ぶと（最初から表示されていることもある)，下の四角の中に「開発」が現れるので,「□」をクリックしてレ印をけた後,「OK」で登録する.

(2) なお，マクロを新規に作成すると，そのファイルを保存するときにマクロを有効なファイルで保存するか否かを聞かれるので，その都度適切に対応する.

Excel2007 の場合：

(1) Excel 画面の左上にあるオフィスのマークをクリック→「Excel のオプション」→「基本設定」を選択すると，一番上の「Excel の使用に関する基本オプション」の中に「[開発] タブをリボンに表示する」があるので，それを選択し，一番下の「OK」をクリックする.

(2) なお，マクロを新規に作成すると，そのファイルを保存するときにマクロを有効なファイルで保存するか否かを聞かれるので，その都度適切に対応する.

Excel2003 の場合 (Excel のセキュリティレベルを下げる)：

(1)「ツール」→「マクロ」→「セキュリティ」を選択し，現れた画面で「セキュリティレベル」が「中」もしくは「低」になっていることを確認.

(2)「最高」「高」が選択されているとマクロプログラムが実行できないことがあるので,「中」を選択し,「OK」を選択する.
(3) セキュリティレベルを変更した場合は,一度 Excel を終了し,再起動する.

A. 1　数式の入力方法

Excel で数式を入力する場合は,`=` から書きはじめる(`+` や `-` から始めてもよい).これを書かないと「計算式」ではなく「文字列」として認識されてしまい計算結果を表示しない.四則演算「$+$,$-$,$\times$,$\div$」はそれぞれ `+`,`-`,`*`,`/` が対応する.たとえば,$3 \times 5 = 15$ を計算する場合,

```
=3*5
```

と入力して Enter キーを押せば,答えの `15` が表示される.べき乗の計算は `^` 記号を使う.たとえば $5^3 = 125$ を計算したいときは,

```
=5^3
```

と入力する.とくに指数関数:e^3 のように自然対数の底 e のべき乗は,Excel の関数として用意されているので,それを使って

```
=exp(3)
```

のように入力すればよい.対数の計算も関数が用意されている.自然対数は `ln( )`,常用対数(底が 10)は `log( )` もしくは `log10( )` である.

Excel はスプレッドシート(データが縦横に区切られたセルに当てはめられ,その前後・左右の位置情報が計算上重要な意味をもつ形式)なので,電卓とは違い,計算に必要なインプットをすべてキーボードから打ち込む必要はなく,マウスでセルを選んで(クリックして)入力することも多い.そのやり方は直感的なので実際に試して理解してほしい.ソフトウェアの使い方を会得するには,身近な問題を実際に試してみるのが効果的である.

A.2　基本的な操作

- 操作の取り消し

  誤った操作により大切なデータを失うことのないように，最初に操作の取り消しの方法を覚えておく必要がある．Excel 画面の一番上（ツールバーのさらに上）に曲がった矢印マークが示されていれば，それが取り消し処理であるが，キーボードで「Ctrl」+「z」(「Ctrl」キーを押しながら「z」キーを押す）とする方法を覚えておくと便利である．

- カーソルの移動

  画面に表示しているエリアから他のエリアへ移動するためには，①キーボードの「↓」「→」などの矢印キーを使う，②Excel 画面の右もしくは下にあるスクロールバー（画面のスクロールを行うためのバー）をマウスで掴んで動かす，③マウスのローラーを回転させて上下に移動する，などの方法がある．しかし，それらは遅くて面倒に感じることもあるだろう．そのときは，キーボードの「PageUp」や「PageDown」を使うと便利だが，データ範囲の最下部などへ移動したいのであれば「Ctrl」+「↓」が便利である．さらに「Ctrl」+「PageDown」によりシート間を移動することもできる.「Ctrl」と「↓」などの矢印キーを組み合わせると素早い移動やデータの選択ができるので，実際にやってみて使い方を体で覚えるようにするとよいだろう．

- 拡大/縮小

  Excel 画面で表示されているのはスプレッドシートのほんの一部分で，大きなデータを扱うときには全体像が見えなくて不便を感じることも多い．その場合には画面倍率を随時変更する方法を知っていると便利である.「表示」→「ズーム」として適当な倍率を選ぶ方法もあるが，キーボードの「Ctrl」キーを押しながらマウスのローラーを回転させると，拡大/縮小を素早く行うことができる．

- 範囲指定

  Excel 画面上でひとかたまりになっているデータ群を選ぶとき，マウスを

使って「クリック＆ドラッグ」（選びたい範囲の端でマウスを左クリックし，ボタンを離さないでそのままマウスを動かす方法）で範囲を選べる．しかし，隙間なく並んだデータの端から端までを選ぶときは，「Ctrl」+「Shift」+「↓」とするか，選びたいデータ群のどこでもいいから 1 カ所セルを選んでから「Ctrl」+「Shift」+「*」とするなどの方法が便利である．どのような選択になるかは実際にやってみて確認してほしい．

- オートコンプリート：コピー
たとえば，株価データから収益率を計算する場合など，最初は計算式を入力しなければならないが，一度入力してしまうと数式をコピーすれば済むことが多い．コピーは，数式を入力したセルで右クリックし，「コピー」（Excel2003 では「編集」→「コピー」）を選んでから，入力したいセル範囲を指定して「貼り付け」（Excel2003 では「編集」→「貼り付け」）で完了する．しかし，コピーしたい範囲が都合よく並んでいるときには，最初に数式を入力したセルを選択しアクティブ状態にした上で，そのセルの右下にマウスのポインタを会わせて，マウスの矢印が「+」に変化した状態でダブルクリックすると，自動的に Excel が適当と判断する範囲に対してコピーが実行される（第 2 章の図 2.4 を参照）.
- オートフィル：自動作成
また，Excel ではセルのデータが規則的に並んでいると，それを予測してデータを作る機能もある．たとえば，日付や数字，さらにはセルの一部に数字を含む文字列などが並んでいる場合，並んだ複数のデータ部分を選んでアクティブな状態にしてから，その右下にマウスのポインタを合わせて，マウスの矢印が「+」に変化した状態でダブルクリック（もしくはドラッグ）すると自動的に数字部分のみが更新されたデータが作成される.
- その他，コピーやペースト
データをコピーするときは，そのセルにポインタを合わせて右クリックするとメニューが現れるので，そこで「コピー」を選び，しかるべきところで，右クリック，今度は「貼り付け」（Excel2010 では「貼り付け」の方法をさらに選択）で完了する．しかし，いちいちマウスを使うよりもキーボードで，「Ctrl」+「c」でコピー，「Ctrl」+「v」でペーストする方法を覚

えておくと，効率的な作業ができるはずである．

A.3　ツールバーの中でよく使うもの

- 分析ツール

「データ」→「データ分析」を選ぶと「データ分析」ウィンドウが現れる（Excel2003 では「分析ツール」），「データ分析」ウィンドウを見ればわかるとおり，いろいろなツールが用意されているが，ファイナンスの分析は，「相関」「基本統計量」「ヒストグラム」「回帰分析」などを頻繁に利用する．いずれも，分析に必要なデータの入力元と結果の出力先を指定すれば，ひととおりの結果を返してくれる．ツールによっていろいろなオプションが用意されているので，試行錯誤しながら使い方を覚えればよいだろう．

- ソルバー

ソルバーは，最適化（ある目的関数を最大化/最小化するような入力値を探す）に使用する．「データ」→「ソルバー」（Excel2003 では「ツール」→「ソルバー」）を選ぶと「ソルバー」ウィンドウが現れる．具体的な使い方は，第 1 章で解説したのでそちらを参照してほしい．

- ゴールシーク

ゴールシークは，関心のある数式がある目標値に一致するような入力変数値を探すツールである．すなわち，方程式の近似解を見つけるためのツールであるが，具体的には，IRR の計算（第 1 章），インプライド資本コストの計算（第 5 章）などで利用している．「データ」→「What-If 分析」→「ゴールシーク」（Excel2003 では「ツール」→「ゴールシーク」）を選ぶとウィンドウが現れる．使い方は簡単なので試してみれば理解できるだろう．

- データの並べ替え（ソート）

金融では，しばしばデータを小さい順（昇順），大きい順（降順）に並べる必要が生じる．たとえば，インターネットからダウンロードしてきた日経平均株価を日付順に並べ替えたい，といった基本的な処理は頻繁に発生する．このときは，並べ替えたいデータ範囲を選択した上で，「データ」→「並べ替え」を選ぶ．現れた「並べ替え」ウィンドウに適切な入力を行い，

「OK」を選ぶと完了する．ツールバーに［A-Z］と表示されたボタンがあれば，これをクリックすることで選択範囲の一番左列を基準として並べ替えを実行することができる．

A. 4　ファイナンスでよく利用する関数

Excel には便利な関数がたくさん用意されている．「数式」→「関数の挿入」を選ぶと，関数のウィンドウが現れるので，画面中の「関数の分類」で「統計」などを選ぶと関連する「関数名」が表示される．関数名はそれぞれの意味の英語に対応しているのでそれが何であるかはある程度想像できる．正確な意味や具体的な使い方については，関数ごとにヘルプが用意されているので参照すればよい．ヘルプは「関数の挿入」ウィンドウにおいて，使いたい関数を選択した後，左下にある「この関数のヘルプ」を選ぶと現れる．

ファイナンスの分析でとくに頻繁に利用する関数を列挙すると次のとおりである．

- 「統計」に含まれる関数

  算術平均，幾何平均：

  `average( ),    geomean( )`

  標準偏差，分散[*1)]，相関係数：

  `stdev( ),   var( ),   correl( , )`

  最大値，最小値，中央値，最頻値：

  `max( ),    min( ),   median( ),   mode( )`

  引数リストに含まれる数値の個数を返す（数を数える）：

  `count( ),   counta( ),   countif(  ,"condition")`

---

*1)　var( ) は自由度調整後の不偏標本分散を返す．varp( ) は自由度調整をしない，サンプルを母集団とみなした分散を返す．

- 「数学/三角」に含まれる関数

  引数の足し算（和），引数のかけ算（積）

  `sum( ),　product( )`

  指数関数（e^x），対数（$\log_{\mathrm{e}} x$, $\log_{10} x$）

  `exp(x),　ln(x),　log10(x)`

  行列の演算（逆行列，転置，行列の積）

  `minverse( ),　transpose( ),　mmult( )`

  ただし，`transpose( )` は「検索/行列」に分類されている．
- 「検索/行列」に含まれる関数

  データを探すときに便利な関数

  `vlookup( ),　hlookup( )`

  これらの関数は，与えられたデータが大量にあるときに，特定の条件に合うものを探し出す場面で便利である（第 2 章章末問題 2.1 を参照）．使い方の詳細は関数のヘルプを参照してほしい．

A.5　マクロと関数のプログラミング

Excel のプログラムは Visual Basic という言語で書くことができる．Visual Basic 自体は通常のプログラミング言語であるため，あらゆる計算を実装できるものの，ここでは，「マクロ」と「関数」についてのみ説明する．

A.5.1　マ　ク　ロ

Excel はいわゆるスプレッドシートのアプリケーションであるため，具体的なデータ処理（計算）は「隣のデータを 3 倍してここに表示する」，「第 1 列・第 3 行と第 2 列・第 5 行をかけ算した結果を第 3 列・第 1 行に表示する」というように，相対もしくは絶対的なセルの位置関係によって計算を定義すること

ができる．

マクロは，スプレッドシートにおけるキー操作を「位置関係」に基づく処理であると解釈し，その操作を保存・再現するプログラムである．したがってマクロは，同じ操作を何度も繰り返す必要があるときに威力を発揮する．たとえばモンテカルロシミュレーションのように，入力データを「コピー」「貼り付け」によって次々に入れ替えて計算した結果を，再び「コピー」「貼り付け」で別の場所に保存する，というような繰り返しに対して，入力データの「コピー/貼り付け」と結果の「コピー/貼り付け」の操作を 1 回分だけマクロで記録して，得られたマクロプログラムを修正することによって，必要な回数だけ自動的に繰り返し計算を実行させることができるようになる．

そのために必要な操作を簡単に示すと次のとおりである．

- マクロの記録
  (1) Excel のメニューから「表示」→「マクロ」→「マクロの記録」（Excel2003 では「ツール」→「マクロ」→「新しいマクロの記録」）を選ぶ．現れたウィンドウの「OK」を押すとキー操作の記録が始まる．
  (2) マクロの記録中はできるだけ無駄な動きを避けながら，繰り返しの 1 回分に相当する必要な操作を行う．
  (3) 必要な操作が完了したら，Excel 画面の左下に出ている「■」ボタンを押してマクロの記録を終了する．
- マクロプログラムの修正
  (1) Excel のメニューから「開発」→「Visual Basic」を選んで，Visual Basic Editor を起動する．
  (2) 同 Editor 上の左側に現れている「プロジェクト」ウィンドウの中で「標準モジュール」をクリックすると，その中に「Module1」（以前にマクロを実行していると複数現れることもある）が現れるので，それをダブルクリックするとマクロプログラムが Editor 内のウィンドウに表示される．
  (3) たとえば，C5 セルを選んで，右クリック，データを「コピー」して，E5 セルに「形式を選択して貼り付け」→「値」という操作をマクロに

記録した場合[*2)]，「開発」→「Visual Basic」→「標準モジュール」→「Module1」を開くと次のプログラムが記録されているはずである．

```
Sub Macro1()
'
' Macro1 Macro
'
   Range("C5").Select
   Application.CutCopyMode = False
   Selection.Copy
   Range("E5").Select
   Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues,
   Operation:=xlNone, SkipBlanks _
     :=False, Transpose:=False
End Sub
```

(4) ここで，' で始まる部分はコメントなのでデータ処理に関係ない（ので消してもよい）．プログラムの本体はコメントに続く部分であるが，たとえばこの一連の操作を 100 回繰り返して行うためには，繰り返し実行のためのループ命令文：`For···Next` と，計算結果を上書きしてしまわないようにコピー先セルを 1 つずつ移動させるための処理：`offset( , )` を適切な部分に追加すればよい．すなわち，

```
Sub Macro1()
For i = 1 To 100
   Range("C5").Select
   Application.CutCopyMode = False
   Selection.Copy
   Range("E5").Offset(i,0).Select
```

*2) ここで，「値」で貼り付けしているが，コピー元であるセルに数式が入っている場合に，そのまま「貼り付け」を行うと，計算結果ではなく数式がコピーされてしまう．結果を保存したいのであれば「値」として貼り付けなければならない．

```
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues,
    Operation:=xlNone, SkipBlanks _
    :=False, Transpose:=False
Next
End Sub
```

(5) マクロの修正が完了したら，Excel のワークシート画面に戻り，「表示」→「マクロ」→「マクロの表示」を選び，現れたウィンドウで「マクロ名」の中から先ほど修正したマクロプログラムである「Macro1」を選択し，「実行」ボタンを押せばマクロが実行される．なお，マクロを実行する前にファイルを保存することを強く勧める．プログラムの修正を間違えると，思いがけない所に上書きされるなどして，修復できないダメージを負うことがあるからである．なお，マクロ処理を高速化するために画面更新を停止する方法が有効であるが，具体的な命令文はインターネット上で見つけてほしい．

A. 5. 2 関　数

Excel には多数の便利な関数が用意されているが，Visual Basic でプログラムを書くことによって，独自の関数を作成することができる．

(1) Excel のメニューから「開発」→「Visual Basic」(Excel2003 では「ツール」→「マクロ」→「Visual Basic Editor」) を選んで，Visual Basic Editor を起動する．

(2) 同 Editor 上で「標準モジュール」を選択するか,「挿入」→「標準モジュール」によって新規に作成し，プログラムを書き込むためのフォームを展開する．

(3) そこに次のようなプログラムを書き込む．

```
Function tashizan(x1 As Double, x2 As Double) As Double
    '入力された x1 と x2 から，新たに x3 を計算する
    x3 = x1 + x2
    '合計を計算し，結果を返す
```

```
    tashizan = x1 + x2 + x3
End Function
```

これは関数のプログラム例であるが，以下のルールに従って書く必要がある．

- 必ず最初と最後は `Function` ··· `End Function` とする．
- `Function` に続けてその関数名を入力し，続けて `( )` の中に引数名をそのデータタイプと合わせて列挙する．
- 最終的な計算結果は「関数名 $= \cdots$」という形で表す．
- 改行するときは行末に `_` を入力する．
- コメントは ' に続けて書く．

実際に使用するときは，通常の関数と同じように `=tashizan(x1,x2)` のように入力すればよい．

(4) ここで示した方法では，作成した関数はそのワークシートに固有の関数として扱われるが，他のファイルからでも引用できる関数として登録することも可能である．詳細や具体例についてはインターネット上に多数紹介されているのでここでは省略する．

B

問と章末問題の略解

問 1.1　資産の収益率は,

$$R = \begin{cases} R_1, & \text{確率 } p \\ R_2, & \text{確率 } 1-p \end{cases}$$

だから，その期待効用 U は,

$$U = pu(R_1) + (1-p)u(R_2) = E[u(R)]$$

一方，R の期待値が確実に得られる場合の期待効用 $\bar{U}$ は,

$$\bar{U} = u(p\,R_1 + (1-p)\,R_2) = u(E[R])$$

危険回避的な投資家の u は凹関数なので Jensen の不等式より,

$$E[u(R)] \le u(E[R]) \quad \Rightarrow \quad U \le \bar{U}.$$

問 1.2

$$\begin{aligned}
\sigma_P^2 &= E\left[(w_A R_A + w_B R_B)^2\right] - (E[w_A R_A + w_B R_B])^2 \\
&= E[w_A^2 R_A^2 + 2 w_A w_B R_A R_B + w_B^2 R_B^2] - (w_A E[R_A] + w_B E[R_B])^2 \\
&= w_A^2 E[R_A^2] + 2 w_A w_B E[R_A R_B] + w_B^2 E[R_B^2] - (w_A \mu_A + w_B \mu_B)^2 \\
&= w_A^2\left(\sigma_A^2 + \mu_A^2\right) + 2 w_A w_B\left(Cov(R_A, R_B) + \mu_A \mu_B\right) + w_B^2\left(\sigma_B^2 + \mu_B^2\right) \\
&\quad - (w_A \mu_A + w_B \mu_B)^2 \\
&= w_A^2 \sigma_A^2 + 2 w_A w_B Cov(R_A, R_B) + w_B^2 \sigma_B^2 \\
&= w_A^2 \sigma_A^2 + 2 w_A w_B\, \rho \sigma_A \sigma_B + w_B^2 \sigma_B^2
\end{aligned}$$

問 1.3　データサンプル数を $\{x_i, i = 1, \ldots, n\}$ とすると，自由度を調整していない分散は，データの平均を μ_x とするとき，$1/n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_x)^2$ である．自由度調整後の分散が $1/(n-1)\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_x)^2$ なので，Excel の「データ分析」の「共分散」で求めた結果を n 倍して $n-1$ で割ればよい．共分散も同様である．

問 1.4

$$
\begin{aligned}
V[R_P] &= E[R_P^2] - E[R_P]^2 \\
&= E[(\alpha_P + \beta_P R_M + \bar{\epsilon})^2] - (E[\alpha_P + \beta_P R_M + \bar{\epsilon}])^2 \\
&= \alpha_P^2 + \beta_P^2 E[R_M^2] + E[\bar{\epsilon}^2] + 2\alpha_P\beta_P E[R_M] \\
&\quad -(\alpha_P^2 + \beta_P^2 E[R_M]^2 + 2\alpha_P\beta_P E[R_M]) \\
&= \beta_P^2 V[R_M] + V[\bar{\epsilon}] \\
&= \beta_P^2 V[R_M] + V\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\epsilon_i\right] \\
&= \beta_P^2 V[R_M] + \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N} V[\epsilon_i] \\
&= \beta_P^2 \sigma_M^2 + \frac{1}{N}\bar{\sigma}_{\epsilon^2}
\end{aligned}
$$

問 1.5　無リスク資産はその名のとおりリスクのない資産である．したがって，その他資産と組み合わせても共分散が 0 になることから明らか．また，(1.4) 式で A 資産を無リスク資産とみなして，$\sigma_A = 0$ として計算すれば，$\sigma_P = w_B\sigma_B$ のとおり B のリスク（標準偏差）に比例する直線関係になることが確認できる．

問 1.6　分散消去可能なリスクには超過リターンが期待できないので，無リスク収益率に一致することになる．

問題 1.1　A01_01.xls を参照せよ．

問題 1.2 (1.7) 式の目的関数を U とする．U がポートフォリオウェイトについて微分可能であるとして，最適ポートフォリオが達成されているときに次の一階の条件式 $\partial U/\partial w_k = 0$ が成立する．したがって，

$$\frac{\partial U}{\partial w_k} = \mu_k - \lambda \sum_{j=1}^{n} w_j \sigma_{kj} = 0$$

となるので，各資産のインプライドリターンは，

$$\bar{R}_k = \lambda \sum_{j=1}^{n} w_j \sigma_{kj}$$

となる．行列で書けば次のとおりである．ただし $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$ である．

$$\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}$$

ここで λ はリスク回避係数であるが，計算に用いるリターンデータが年率か月率か，パーセント表示かそうでないかによって大きく異なるので注意が必要である．最適化の目的関数から λ を求めると，

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}}$$

のとおり，ポートフォリオ収益率の「期待値/分散」になっているので，実際に適当な数値を入れて直感に合うか否かを確認すればよいだろう．

問題 1.3 A01_03.xls を参照せよ．

問題 1.4 （1.22）式より，

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_k} = \frac{1}{\sigma_M^2}\left((E[R_k] - r_f)\sigma_M - (E[R_M] - r_f)\frac{1}{2\sigma_M}\left(2\sum_{j=1}^{N} w_j \sigma_{kj}\right)\right)$$
$$= \frac{E[R_k] - r_f}{\sigma_M} - (E[R_M] - r_f)\left(\sum_{j=1}^{N} w_j \sigma_{kj}\right) = 0$$

ここで，$\{w_i\}$ による共分散 σ_{kj} の加重平均は，市場ポートフォリオと銘柄 k の共分散である．すなわち，

$$Cov(R_k, R_M) = Cov\left(R_k, \sum_{j=1}^{N} w_j R_j\right) = \sum_{j=1}^{N} w_j \sigma_{kj}$$

である．これを元の式に代入すると証券市場線：

$$E[R_k] = r_f + \beta_k (E[R_M] - r_f), \quad ただし \quad \beta_k = \frac{Cov(R_k, R_M)}{\sigma_M^2}$$

が得られる．

問 2.1　資産収益率が適当な時間間隔（日次，週次，月次，...）のいずれにおいても IID であると仮定すれば，たとえば日次収益率 R_D とするとき，T 日間の収益率は $T\,R_D$ なので，期待値と分散は

$$E[T\,R_D] = T\,E[R_D], \quad V[T\,R_D] = T^2\,V[R_D]$$

となる．したがって平均値は T 倍，標準偏差は $\sqrt{T}$ 倍すればよい．

日次データから求めた平均・標準偏差（μ_D, σ_D）を年率に換算する場合には 1 年の営業日を $T = 252$ として，

$$\mu_A = \mu_D\,T, \quad \sigma_A = \sigma_D\,\sqrt{T}$$

とすればよい．また，年次収益率で計測した平均・標準偏差を μ_A, σ_A から，任意の時間間隔 T 年の平均・標準偏差を求めるには，

$$\mu_T = \mu_A T, \quad \sigma_T = \sigma_A \sqrt{T}$$

のようにできる．このとき，月次なら $T = 1/12$，日次なら $T = 1/252$ として計算すればよい．

IID の場合は，標本平均・分散の推計においてできるだけ高い頻度のデータを使うほうが（月次より週次，週次より日次)，データの数が増えるため，情報効率的である．ただし，IID でないと変換公式が成り立たないので時間間隔も重要な意味をもつこともある．実際に，時間間隔を変えて推計した値を年率換算して比較すると，一致しないケースも多い．

問題 2.1 A02_01–05.xls を参照せよ．

問題 2.2 A02_01–05.xls を参照せよ．

問題 2.3 A02_01–05.xls を参照せよ．

問題 2.4 A02_01–05.xls を参照せよ．

問題 2.5 A02_01–05.xls を参照せよ．

問 3.1 実際の取引では売買金額に依存してマーケットインパクトは大きく変わるが，1 ティックのコストで考えてみる．2010 年以降は，3000 円未満の株価であれば呼値の刻み幅が 1 円なので，1 ティックの片道コストは，2000 円の株価であれば $1/2000 = 0.05\%$ である．株価が高くなると相対的に 1 ティックのコスト率が低下するように呼値が決められているので，ここで仮定した 0.5%は約 10 ティック分に相当するとみなせる．出来高の大きい銘柄であれば，1 ティックのコストで相当な金額の取引が可能であるが，流動性が低い銘柄では，数ティックのコストが求められることもある．総じて 0.5%は保守的なコスト見積もりとみなすことができると思われるが，呼値が見直された 2010 年以前や，さらにネット証券会社が台頭する年代以前に遡った場合には決して大きすぎる仮定ではないと思われる．

問 3.2 ヘッジファンドがディープ・アウトオブザマネーのオプションを売るインセンティブをもつと考えられる理由は，オプションの非線形性に起因している．

ディープ・アウトオブザマネーのオプションはデルタが小さいため，価格変動リスクが小さくインザマネーになる確率が低いので，それを売り立てても損する可能性は高くない．ただし，値段が安いため，売り立てによる収益率を高めるにはレバレッジを使う必要がある．しかし，確率は低くても，ひとたびインザマネーになると，オプションの非線形的な価格の動きからデルタが急に高

くなり損失が急拡大するため，レバレッジを使った場合には致命的な損失を被ることになる．

　ところが，ヘッジファンドは基本的に損失補填義務はないので，もし巨大損失が生じて預かり資産を消失してもファンドを解散すれば済む話である．逆に，運が良ければ比較的長期にわたって，安定的に収益を上がることができるので，高い確率で成功報酬を得る機会に恵まれることになる．同時に，良好なトラッキング・レコードを残すことができるため，背後に隠された大きなリスクが見えにくく，新しい顧客獲得のチャンスが拡大する．

問 3.3　ポートフォリオの構築条件を見直す．具体的には，ユニバースを流動性の高い銘柄群（たとえば TOPIX500 など）に変更したり，分位ポートフォリオの数を 10 から 5 に減らしたり，業種制約を東証 17 業種分類からより少ない分類（たとえば日経 6 業種分類など）へ変更する．こうした試みによりモデルの予測力や安定性が改善することがある．ファクターの収益率予想に関する有効性は絶対的なものではなく，細かな条件に依存して決まることを意識しておくことは重要である．

問題 3.1　(3.2) 式は i を固定した場合の回帰モデルであったが，推定のためのデータ期間を $\tau \in [t-n+1, t]$ として，

$$R_i(\tau) = \sum_{k=1}^{K} \hat{\beta}_{k,i} F_k(\tau) + \epsilon_i(\tau), \quad \tau \in [t-n+1, t]$$

とすれば，$\hat{\beta}_{k,i}$ は t における n 期間の過去データから推定される係数と解釈できる．すなわち，n 個の過去データが利用できる任意の t において推定可能な係数であることから，改めてこの回帰係数を $\beta_{k,i}(t) = \beta_{k,t}(i)$ とする．この $\beta_{k,t}(i)$ は，具体的には CAPM のベータ値などであり，必ずしも一定ではないが，推定する t ごとに大きく変化するものではない．そこで $\beta_{k,t}(i) \approx \beta_{k,t-1}(i)$ を仮定して，(3.2) 式に代入すると，

$$R(i,t) = \sum_{k=1}^{K} \beta_{k,t-1}(i) F_k(t) + \epsilon(i,t)$$

とできるが，これをクロスセクション回帰モデルとみなすと，推定すべきは $\hat{F}_k(t)$ であることがわかる．以上から（3.3）式は，

$$\begin{aligned} R_t(i) &= \sum_{k=1}^{K} \beta_{k,t-1}(i)\hat{F}_k(t) + \epsilon(i,t) \\ &= \sum_{k=1}^{K} \hat{F}_k \beta_{k,t-1}(i) + \sum_{m=1}^{M} \hat{f}_m \, B_{m,t-1}(i) + u_t(i) \end{aligned}$$

とできる．ここで $\beta_{k,t-1}(i)$ は APT モデルのリスクファクターの感応度に対応するもので，たとえば，Fama–French モデルの MKT，HML，SMB ファクターに対する回帰係数として推定された値で，この回帰の結果として決まる $\hat{F}_k$ は t におけるインプライド・ファクターリターンである．一方，$B_{k,t-1}(i)$ は通常のクロスセクション回帰モデルに用いられる $t-1$ 時点で観測可能な銘柄属性データである．このようにして求めたモデルを予測に利用する場合には，リスクファクター部分はベンチマークリスクに対応するとみなして，残差部分，すなわち次式の右辺を予測値とするのである．

$$R_t(i) - \sum_{k=1}^{K} \hat{F}_k \beta_{k,t-1}(i) = \sum_{m=1}^{M} \hat{f}_k \, B_{k,t-1}(i) + u_t(i)$$

なお，以上の操作が可能であるためには，当初の（3.2）式における誤差を横断的な広がりも含めて示した $\epsilon(i,t)$ の説明変数である $B_{m,t}(i)$ と，$\beta_{k,t}(i)$ が無相関であることが要求される．もし両者に相関があればパネルデータ回帰の方法などにより，すべてのパラメータを同時推定する必要があるだろう．

問題 3.2 簡単のため無リスク資産収益率を 0 として考える．与えられたクロスセクション回帰モデルの中で，回帰分析の結果得られる β^{BETA} は市場ポートフォリオの（インプライド）リターンとなるので，これを MKT_{t+1} と書くと，

$$R_{t+1}(i) = \alpha + BETA_t(i)MKT_{t+1} + \beta^{MKV} MKV_t(i) + \beta^{BPR} BPR_t(i)$$

であり，移項すれば，

$$R_{t+1}(i) - BETA_t(i)MKT_{t+1} = \alpha + \beta^{MKV} MKV_t(i) + \beta^{BPR} BPR_t(i)$$

となる．左辺は明らかに CAPM の残差を意味するので，これは残差を MKV

と BPR で予測しようとするモデルである，と解釈できる．

問題 3.3 個別銘柄のデュレーションを採用すればよい．

問題 3.4 各通貨の金利の期間構造の変動内で，共通変動成分を意味するはずである．ただし，推定された係数の統計的優位性が十分でなければ，そのような共通変動性は存在しないという解釈が成り立つ．

問題 3.5 正解は 1 つではないが，たとえば次のような変数が候補となるだろう．ただし，実績値よりアナリスト予想値を使うのが好ましい場合もある．なお，説明変数候補を検討する際には，株式モデルを有料で提供するベンダーや，信用格付会社が公表している資料などが参考になる．

- 収益性・効率性の指標
  配当利回り（=配当/株価），配当性向（=配当支払額/純利益），益回り（=経常利益/株価），キャッシュフロー株価倍率（=キャッシュフロー/株価），自己資本利益率（=純利益/自己資本），総資産営業利益率（=営業利益/総資産），売上高伸び率，営業利益伸び率，総資産回転率（=売上高/総資産），使用総資本利益率（=税引前利益/（総資産 − 短期負債）），など
- 安定性（信用力）の指標
  自己資本比率（=自己資本/総資産），手元流動性比率（=（短期有価証券 + 現金）/売上高/12），インタレストカバレッジレシオ（=（営業利益 + 受取利息配当金）/支払利息・割引料），財務レバレッジ（=総資本/自己資本），など
- 市場の指標
  出来高回転率（=出来高/上場株数，過去数カ月から 1 年程度で計算），ヒストリカルボラティリティ（=日次収益率の標準偏差，20 日〜1 年程度で計算），株価（もしくは収益率の）移動平均からの乖離，アナリストのレーティング（もしくはその変化），日経平均指数構成比率，浮動株比率，Fama–French モデルの残差の累積値，流動性関係の指標（ILLIQ[*1)]），など

[*1)] Amihud (2002) で示された日次株価および出来高から計算できる流動性指標．ある日の始値

なお，過去の変化率（x_t）などについては，当該変化率のボラティリティで割り算して基準化（$E[x_t]/std[x_t]$）するとよい場合がある．また，ファクターの分布をグラフなどで確認し，場合によっては対数をとるなどして分布の偏りを修正するとよい（たとえば配当性向など）．

問題 3.6 たとえば, 投資対象銘柄を流動性の高い銘柄に限定するために, バックテストにおける対象銘柄ユニバースを平均取引高の多い銘柄に限定する．日々の終値で評価するのではなく，必要に応じて，最も取引の多い前場寄値か，VWAP で評価する．

問 4.1 銀行で表示されている定期預金金利は満期年限が長いほど高くなる傾向があることや，国債の利回りが満期年限に応じて異なるという事実をわれわれは経験的に知っている．このように，市場で観測される利回り（もしくはそれらの背後にあると想定される金融商品横断的に適用可能な金利）が示す満期に依存して決まる構造が金利の期間構造である．詳細は第 5 章を参照してほしい．

問 4.2 計算式は次のとおり．実際には Excel などで計算する．

$$\begin{aligned} P &= -10 - \frac{20}{1.05} + \frac{3}{1.05^2} + \frac{3}{1.05^3} + \frac{3}{1.05^4} + \frac{3}{1.05^5} \\ &\approx 4.723 \end{aligned}$$

問題 4.1 （4.1）式で，複利期間を短期化することは m を増やすことである．

$$P = X\left(1+\frac{r}{m}\right)^{-mn}, \quad m = 1, 2, \ldots.$$

さて，ここで $r/m = 1/x$ となるような x を導入する．すると $m = xr$ なので，

$$P = X\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-xrn}$$

と終値で計算されたリターン R_t を出来高 V_t で割った値について，一定期間の平均をとったものである．

$$ILLIQ = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{|R_t|}{V_t}$$

と表せる．ここで $m \to \infty$ のとき $x \to \infty$ なので，x についての極限をとると

$$P = X \left(\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \right)^{-rn} = X\mathrm{e}^{-rn}$$

問題 4.2　初項が a，公比が r である等比数列 $\{a, ar, ar^2, \ldots, ar^{N-1}\}$（要素の数が N 個であることに注意）の和は，

$$S = a + ar + \cdots + ar^{N-1} = \frac{a(1-r^N)}{1-r}$$

であるが，$r < 1$ の条件の下で $N \to \infty$ とすれば

$$S = \frac{a}{1-r}$$

である．この結果を利用すると，DDM における初項は $D/(1+r_e)$，公比は $1/(1+r_e)$ なので，

$$P = \frac{D}{1+r_e} \times \frac{1}{1-\frac{1}{1+r_e}} = \frac{D}{r_e}$$

配当が成長する場合，

$$P_{i,0} = \frac{E[d_{i,1}]}{1+r_e} + \frac{E[d_{i,2}]}{(1+r_e)^2} + \cdots = \frac{(1+g)D}{1+r_e} + \frac{(1+g)^2 D}{(1+r_e)^2} + \cdots$$

と書けるので，同様に等比数列の和の公式を使って次の結論が得られる．

$$P = \frac{D}{r_e - g}$$

ただし，この場合の D は将来の期待配当ではなく初期の配当と理解すべきである．

問題 4.3　(4.5) 式を，株価に関する割引率 r_e と期待配当 D の連続関数であるとみなして Taylor 展開する．

$$\begin{aligned}
P(r_e + \Delta r_e, D + \Delta D) &\approx P(r_e) + \frac{\partial P}{\partial r_e}(r_e, D)\Delta r_e + \frac{\partial P}{\partial D} P(r_e, D)\Delta D \\
&= P(r_e, D) - D\frac{\Delta r_e}{r_e^2} + \frac{\Delta D}{r_e} \\
&= P(r_e, D) + \frac{D}{r_e}\left(-\frac{\Delta r_e}{r_e} + \frac{\Delta D}{D}\right)
\end{aligned}$$

ここで，$\Delta P = P(r_e + \Delta r_e, D + \Delta D) - P(r_e, D)$，および（4.5）式，すなわち $P = D/r_e$ から，

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta r_e}{r_e}$$

したがって，$R = (\Delta P + D)/P$ に代入して（4.6）式が得られる．

問題 4.4　A04_04.xls を参照せよ．

問 5.1　現在の価格を比較して，割高な債券を売却し割安な債券を購入する．売却/購入する金額は，額面（枚数）が一致するようにすればよい．その結果，満期 τ で売りと買いのペイオフが一致するので新たな現金は不要なポジションになる．したがって，当初の売却代金と購入代金の差額が利益となる．このような，初期の資金を必要とせずに確実に利益を得られる取引を**裁定取引**という．

多くの投資家が裁定取引を行うと，割高銘柄が売られ，割安銘柄が買われることで価格が調整され，裁定機会は消滅する．

問 5.2　通常のデリバティブ取引では契約当初に現金授受は行われず，取引にかかわる損益は将来の決済日（満期日）において精算することになる．したがって，信用力が不十分な相手と契約したデリバティブ契約において，相手方の損失が巨額になるほど支払いが履行されない可能性が高まる．そこで，信用力の劣る主体はデリバティブ契約を結ぶために何らかの信用補完が必要になる．

仕組債は「債券＋デリバティブ」なので，契約当初に債券相当部分の現金払込を伴う．仕組債を販売した金融機関は，実質的な預かり金を有することになり，事後的に大きな損失が生じた場合の未回収リスクをヘッジできたことになる．こうした事情から，信用リスクが不十分な相手に対してデリバティブを販売するために仕組債を利用するインセンティブがある．

なお，複雑な支払い条件を組み合わせた仕組債が販売され，その損失が巨額になり社会問題化するケースが度々報告されている．デリバティブは無裁定条件の下で価格付けされるので名目利回りが高い仕組債は多くのリスクをとっているからであること，仕組債が複雑なほどコスト（金融機関の儲け）が見えに

くくなっていること，最初に現金担保をとられていること，などを理解して，本当に利用目的にかなう金融商品であるかを冷静に考えて購入すべきである．

問題 5.1　A05_01–04.xls を参照せよ．

問題 5.2　A05_01–04.xls を参照せよ．

問題 5.3　A05_01–04.xls を参照せよ．

問題 5.4　A05_01–04.xls を参照せよ．

問題 5.5　Visual Basic のプログラムは以下のとおりである．その他については A05_05.xls を参照せよ．

```
' Vasicek model による割引債券価格
Function vas_bond(r As Double, _
                    rbar As Double, _
                    a As Double, _
                    sigma As Double, _
                    tau As Double)
'r       ：時点 t におけるスポットレート
'rbar    ：リスク中立確率下における平均レベル
'a       ：平均回帰速度
'sigma   ：ボラティリティ
'tau     ：債券の満期
' Declare variables
Dim H_1 As Double
Dim H_2 As Double
H_2 = (1 - Exp(-a * tau)) / a
H_1 = Exp((H_2 - tau) * (a ^ 2 * rbar - sigma ^ 2 / 2) / a ^ 2 _
```

```
- sigma ^ 2 * H_2 ^ 2 / 4 / a)
vas_bond = H_1 * Exp(-H_2 * r)
End Function
' Vasicek model による割引債のゼロイールド
Function vas_yield(r As Double, _
                    rbar As Double, _
                    a As Double, _
                    sigma As Double, _
                    tau As Double)
'r      ：時点 t におけるスポットレート
'rbar   ：リスク中立確率下における平均レベル
'a      ：平均回帰速度
'sigma  ：ボラティリティ
'tau    ：債券の満期
'
' Declare variables
Dim H_2 As Double
H_2 = (1 - Exp(-a * tau)) / a
vas_yield = rbar - sigma ^ 2 / 2 / a ^ 2 + H_2 / tau * _
(r - rbar + sigma ^ 2 / 2 / a ^ 2 + sigma ^ 2 / 4 / a * H_2)
End Function
```

問題 5.6 A05_06–07.xls を参照せよ.

問題 5.7 A05_06–07.xls を参照せよ.

問題 6.1

$$Pr[X=0] = \frac{3^0 \exp(-3)}{0!} = \frac{1}{e^3} = 0.04978$$

$$Pr[X=1] = \frac{3^1 \exp(-3)}{1!} = \frac{3}{e^3} = 0.14936$$

$$Pr[X=2] = \frac{3^2\ \exp(-3)}{2!} = \frac{1}{2e^3} = 0.22404$$
$$\Rightarrow Pr[X \geq 3] = 1 - (0.04978 + 0.14936 + 0.22404) = 0.5768$$

問題 6.2　成功確率が p である Bernoulli 試行を n 回行った場合の成功回数を X とするとき，k 回成功する確率は二項分布により，

$$Pr[X=k] = {}_nC_k\, p^k\, (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, \ldots, n$$

である．したがって，デフォルト確率が $p=0.05$ であるとき，$n=5000$ 人のローンポートフォリオにおいて支払い不能となる人数 X が 300 人以下となる確率は,

$$Pr[X \leq 300] = \sum_{k=0}^{300} Pr[X=k] = \sum_{k=0}^{300} \left\{ {}_{5000}C_k\, 0.05^k\, 0.95^{5000-k} \right\}$$

となる.

問題 6.3　A06_03–04.xls を参照せよ．

問題 6.4　A06_03–04.xls を参照せよ．

問題 6.5　CDO に組み込まれたサブプライムローンの証券化商品は必ずしも高格付ではなかったが，多くの CDO を集めて再び証券化することによって，そのシニア部分を高格付として扱ったことに原因がある．それでも，デフォルト率が一定でデフォルトが独立に発生する場合であれば上述の計算でよいが，サブプライムローンは経済の基礎的状況の悪化（住宅バブルの崩壊）によってデフォルトが発生率が高まったため，独立という前提の計算結果と一致しなくなった．分散によって消去できるのは個別のリスクであって，共通のリスク（システマティックリスク）は分散しても消去できないことは指摘するまでもなく明らかなことである．