工業統計学 演習問題 解答例

演習問題 2

1. 略

2. ① メジアン $\frac{5+6}{2} = 5.5$

② モード 4

③ 平均値 $\frac{68}{12} = 5.67$

④ レンジ $9 - 3 = 6$

⑤ 分散 $D = \sum x_i^2 - \frac{T^2}{n} = 438 - \frac{(68)^2}{12} = 52.67$

$s^2 = \frac{D}{n-1} = \frac{52.67}{11} = 4.79$

3. 例えば 構造物に作用する応力，騒音 など

4. 平均値 $\bar{x} = 4.535$ ， 標準偏差 $s = 0.741$

5. $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(au_i + b) = \frac{1}{n}(a\sum_{i=1}^{n}u_i + nb) = \frac{a}{n}\sum_{i=1}^{n}u_i + b = a\bar{u} + b$

$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(au_i + b - a\bar{u} - b)^2 = \frac{a^2}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2 = a^2 s_u^2$

6. $s_B = 19.6$ ， $s_C = 28.6$

7. B配合： モード 175， $\bar{x}_B = 191.7$ ， $s_B = 20.3$

C配合： モード 405， $\bar{x}_C = 409.4$ ， $s_C = 28.8$ （ヒストグラム略）

8. $\bar{x} = 14.94$ ， $s = 2.51$ （ヒストグラム略）

9. A_1： $\bar{x} = 0.31$ ， $s_x = 0.3122$

A_2： $\bar{x} = -0.043$ ， $s_x = 0.2681$

A_3： $\bar{x} = 0.573$ ， $s_x = 0.3150$ （ボックスプロット略）

10. 略

演習問題 3

1. $0.973 \times 0.925 \times 0.967 \times 0.971 = 0.8451$

2. $(0.8)^3 = 0.512$　よって 0.5 より大きい

3. $0.79 + 0.15 - 0.79 \times 0.15 = 0.8215$

4. (1) $Pr(A \text{ and } B) = Pr(A) \times Pr(B) = 0.04 \times 0.04 = 0.0016$
   (2) $Pr(A) + Pr(B) - Pr(A) \times Pr(B) = 0.04 + 0.04 - 0.0016 = 0.0784$
   (3) $Pr(A) + Pr(B) - Pr(A \text{ and } B) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(B|A)Pr(A)$
   $= 0.04 + 0.04 - 0.5 \times 0.04$
   $= 0.06$

5. 地盤加速度 0.2g, 0.5g, 1.0g の地震をそれぞれ A, B, C で表わし, 炉心溶融事故を D で表わすと

$Pr(A) = 6.1 \times 10^{-2}$　　$Pr(D|A) = 3 \times 10^{-5}$
$Pr(B) = 2.0 \times 10^{-2}$　　$Pr(D|B) = 3 \times 10^{-3}$
$Pr(C) = 9.8 \times 10^{-2}$　　$Pr(D|C) = 3 \times 10^{-2}$

であるので

$$Pr(A)Pr(D|A) + Pr(B)Pr(D|B) + Pr(C)Pr(D|C)$$

$$= 6.1 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-5} + 2.0 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-3} + 9.8 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-2}$$

$$= 3.54183 \times 10^{-4}$$

6. (1) $0.2 \times 0.3 = 0.06$
   (2) $0.06 + 0.4 - 0.06 \times 0.4 = 0.436$

7. A： HPCIの故障　　E： AとBが同時に生じるという事象
   B： RCICの故障　　F： BとCが 〃
   C： HPCIの停止　　G： AとDが 〃
   D： RCICの停止　　H： 冷却材喪失するという事象

$Pr(E) = Pr(A \text{ and } B) = Pr(A) \cdot Pr(B) = 1.3 \times 10^{-2} \times 1.1 \times 10^{-2} = 1.43 \times 10^{-4}$

$Pr(F) = Pr(B \text{ and } C) = Pr(B) \cdot Pr(C) = 1.1 \times 10^{-2} \times 7.5 \times 10^{-2} = 8.25 \times 10^{-4}$

$Pr(G) = Pr(A \text{ and } D) = Pr(A) \cdot Pr(D) = 1.3 \times 10^{-2} \times 6 \times 10^{-2} = 7.8 \times 10^{-4}$

E, F, Gは排反事象なので

$Pr(H) = Pr(E) + Pr(F) + Pr(G) = 1.748 \times 10^{-3}$

8. (1) $Pr(\text{開}_{入} \mid \text{開}_{出}) = \dfrac{Pr(\text{開}_{出} \mid \text{開}_{入})\, Pr(\text{開}_{入})}{Pr(\text{開}_{出} \mid \text{開}_{入})\, Pr(\text{開}_{入}) + Pr(\text{開}_{出} \mid \text{閏}_{入})\, Pr(\text{閏}_{入}) + \cdots + Pr(\text{開}_{出} \mid \text{関}_{入})\, Pr(\text{関}_{入})}$

$= \dfrac{0.37 \times 0.22}{0.37 \times 0.22 + 0.05 \times 0.19 + 0.17 \times 0.22 + 0.07 \times 0.23 + 0.1 \times 0.14}$

$= \dfrac{0.0814}{0.1584} = 0.5139$

(2) $Pr(\text{閏}_{入} \mid \text{問}_{出}) = \dfrac{0.34 \times 0.23}{0.11 \times 0.22 + 0.02 \times 0.19 + 0.54 \times 0.22 + 0.34 \times 0.23 + 0.03 \times 0.14}$

$= \dfrac{0.0782}{0.2292} = 0.3412$

(3) $Pr(\text{開}_{入} \mid \text{関}_{出}) = 0.2712$

$Pr(\text{閏}_{入} \mid \text{関}_{出}) = 0.1441$

$Pr(\text{問}_{入} \mid \text{関}_{出}) = 0.0313$

$Pr(\text{間}_{入} \mid \text{関}_{出}) = 0.1418$

$Pr(\text{関}_{入} \mid \text{関}_{出}) = 0.4116$

よって可能性の一番高いのは"関"、二番目に高いのは"開"

9. Pr(動力システムの故障|運行中止)

$= \dfrac{0.08 \times 0.10}{0.31 \times 0 + 0.15 \times 0.05 + 0.13 \times 0.04 + 0.13 \times 0.05 + 0.08 \times 0.10 + 0.03 \times 0.15 + 0.17 \times 0}$

$= 0.2524$

演習問題 4

1. (1) x：不良品の個数 $\quad Pr(x \geqq 2) = 1 - \{Pr(x=0) + Pr(x=1)\}$

$$= 1 - \{{}_6C_0 \times (0.90)^6 + {}_6C_1 \times 0.10 \times (0.90)^5\}$$
$$= 1 - 0.8857$$
$$= 0.1143$$

(2) $Pr(x \geqq 3) = 1 - \{Pr(x=0) + Pr(x=1) + Pr(x=2)\}$

$$= 1 - \{{}_6C_0 \times (0.80)^6 + {}_6C_1 \times 0.20 \times (0.80)^5 + {}_6C_2 \times (0.20)^2 \times (0.80)^4\}$$
$$= 1 - 0.90112$$
$$= 0.09888$$

(3) $Pr(x=1) = {}_6C_1 \times 0.10 \times (0.90)^5 \times (0.80)^6 + {}_6C_1 \times 0.20 \times (0.80)^5 \times (0.90)^6 + {}_6C_1 \times 0.10 \times (0.90)^5 \times 0.20 \times (0.80)^5$

$$= 0.09288 + 0.20897 + 0.02322$$
$$= 0.32507$$

2. $1 - \sum_{x=0}^{4} Pr(x, 10) = 1 - \{0.0863 + 0.2114 + 0.2590 + 0.2115 + 0.1296\}$

$$= 1 - 0.8978$$
$$= 0.1022$$

3. $Pr(x=0) = \dfrac{1.5^0 \times e^{-1.5}}{0!} = 0.2231$

$Pr(x=1) = \dfrac{1.5^0 \times e^{-1.5}}{1!} = 0.3347$

$Pr(x \geqq 2) = 1 - (0.2231 + 0.3347) = 0.4422$

4. $p = 0.001$, $n = 1400 \quad \Rightarrow \lambda = np = 1.4$

$Pr(x=0) = \dfrac{1.4^0 e^{-1.4}}{0!} = 0.2466$

$Pr(x=1) = \dfrac{1.4^1 e^{-1.4}}{1!} = 0.3452$

$Pr(x=2) = \dfrac{1.4^2 e^{-1.4}}{2!} = 0.2417$

よって $Pr(x \geqq 3) = 1 - \{Pr(x=0) + Pr(x=1) + Pr(x=2)\} = 0.1665$

5. $\mu=7.01,\ \sigma=0.9,\ x=3.5$

$$z=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{3.5-7.01}{0.9}=-3.9$$

$$Pr(x\leqq 3.5)=Pr(z\leqq -3.9)=Pr(z\geqq 3.9)=0.000048096$$

$$\therefore\ 1000000\times 0.000048096=48.096$$ よって 48枚

6. (改良前)

$$z=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{90-94.8}{6.99}=-0.69 \dashrightarrow Pr(z\leqq -0.69)=0.24510$$

(改良後)

$$z=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{90-98.6}{6.44}=-1.34 \dashrightarrow Pr(z\leqq -1.34)=0.090123$$

7. 重厚管理の場合

$$z=\frac{2.38-2.39}{0.021}=-0.476$$

$$z=\frac{2.46-2.39}{0.021}=3.33$$

よって $Pr(x\leqq 2.38)+Pr(x\geqq 2.46)=Pr(z\leqq -0.476)+Pr(z\geqq 3.33)$

$$=0.31561+0.00043423$$

$$=0.31604423$$

重量管理の場合

$$z=\frac{2.38-2.42}{0.019}=-2.11$$

$$z=\frac{2.46-2.42}{0.019}=2.11$$

よって $Pr(x\leqq 2.38)+Pr(x\geqq 2.46)=Pr(z\leqq -2.11)+Pr(z\geqq 2.11)$

$$=2\times 0.017429$$

$$=0.034858$$

従って $0.31604424-0.034858=0.28118623$ 約0.28減少

8、 $z = \dfrac{0.00333 - 0.00021}{0.002} = 1.56$

$1 - \{Pr(z \leqq -1.56) + Pr(z \geqq 1.56)\} = 1 - (2 \times 0.059380) = 0.88124$

よって 88.124%

9 (X方向)

$z = \dfrac{0.25 - 0.2}{0.05} = 1.00 \longrightarrow Pr(z \geqq 1.00) = 0.15866$

$z = \dfrac{-0.25 - 0.2}{0.05} = -9.00 \longrightarrow Pr(z \leqq -9.00) \fallingdotseq 0$

$Pr(x \leqq -0.25) + Pr(x \geqq 0.25) = Pr(z \leqq -9.00) + Pr(z \geqq 1.00) = 0.15866$

(Y方向)

$z = \dfrac{0.1 - (-0.05)}{0.06} = 2.50 \longrightarrow Pr(z \geqq 2.50) = 0.0062097$

$z = \dfrac{-0.1 - (-0.05)}{0.06} = -0.8\dot{3} \longrightarrow Pr(z \leqq -0.83) = 0.20327$

$Pr(x \leqq -0.1) + Pr(x \geqq 0.1) = Pr(z \leqq -0.83) + Pr(z \geqq 2.50) = 0.2094797$

X方向とY方向のズレは独立，よって

$0.15866 + 0.20948 - 0.15866 \times 0.20948 = 0.334904$

$10000 \times 0.334904 = 3349.04$

10、(1) $z = \dfrac{18-10}{2} = 4.00 \rightarrow Pr(z \geqq 4.00) = 0.00003167$

(2) $z = \dfrac{18-(10+1.75\times 2)}{2} = 2.25 \rightarrow Pr(z \geqq 2.25) = 0.012224$

(3) $Pr(z \geqq 1.64) = 0.05$

求める長さを $x \times 1000m$ とすると $\dfrac{18-(10+1.75(x-1))}{2} = 1.64$

より $x = 3.6971428$ ∴ 3697m

演習問題5

1. $n=16$, $\mu=6\times10^{-3}\%$, $\sigma=1.6\times10^{-3}\%$

$$z=\frac{5\times10^{-3}-6\times10^{-3}}{1.6\times10^{-3}/\sqrt{16}}=-2.5$$

$$z=\frac{7\times10^{-3}-6\times10^{-3}}{1.6\times10^{-3}/\sqrt{16}}=2.5$$

$$\begin{aligned}Pr(5\times10^{-3}\leqq\bar{x}\leqq7\times10^{-3})&=Pr(-2.5\leqq z\leqq2.5)\\&=1-2Pr(z\geqq2.5)\\&=1-2\times0.0062097\\&=0.9875806\end{aligned}$$

2. $\mu=200\times0.4=80$ $\sigma^2=200\times0.4\times(1-0.4)=48$

$$z=\frac{100-80}{\sqrt{48}}=2.88675$$

$$Pr(z\geqq2.89)=0.0019262$$

3. $$t=\frac{0.11}{0.37/\sqrt{9}}=0.8918918$$

自由度8のt分布の20%点は0.889，従って自由度8のt分布において

$$\begin{aligned}Pr(-0.892<t<0.892)&\fallingdotseq Pr(-0.889<t<0.889)\\&=1-2\times Pr(t\geqq0.889)\\&=1-2\times0.2\\&=0.6\end{aligned}$$

4. $$\chi^2=\frac{(10-1)\times(0.055)^2}{(0.043)^2}=14.724175$$

自由度9のカイ二乗分布の10%点は14.6837 よって 約0.1

5. $$\frac{S_x^2}{S_y^2} = \frac{0.55}{0.22} = 2.5$$

自由度 30, 12 の F分布の 5%点は 2.466　　よって 約 0.05

6. $S = 0.031167749$

$$t = \frac{9.06 - 9.08}{0.031167749/\sqrt{8}} = -1.81497042$$

自由度 7 の t分布の 5%点は 1.895　　よって 約 0.05

演習問題 6

1. 標準正規分布の5%点の値は1.64，よって

$$-1.64 < \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < 1.64$$

より

$$\bar{x} - 1.64\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + 1.64\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\bar{x} = 3.63$，$\sigma = 1.04$，$n = 20$ であるので これらを代入すると

$$3.25 < \mu < 4.01$$

2. (仙台)　$n = 9$，$\bar{x} = 38600$，$s_x = 13500$

自由度8のt分布の2.5%点の値は 2.306，よって

$$\bar{x} - t_{\alpha/2}\frac{s_x}{\sqrt{n}} < \mu_x < \bar{x} + t_{\alpha/2}\frac{s_x}{\sqrt{n}}$$

より

$$28223 < \mu_x < 48977$$

(川崎)　$n = 10$，$\bar{y} = 60300$，$s_y = 15800$

自由度9のt分布の2.5%点の値は 2.262，よって

$$\bar{y} - t_{\alpha/2}\frac{s_y}{\sqrt{n}} < \mu_y < \bar{y} + t_{\alpha/2}\frac{s_y}{\sqrt{n}}$$

より

$$48998 < \mu_y < 71602$$

3. 自由度9のt分布の5%点の値は 1.833，　$n = 10$，$\bar{x} = 5.87$，$s = 1.30$ であるので

$$\bar{x} - t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

より

$$5.12 < \mu < 6.62$$

4. 標準正規分布の2.5%点の値は1.96，　焼ワレ率$\hat{p}$は$28/67 = 0.4179104$　よって

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

より

$$0.300 < p < 0.536$$　（$\hat{p}=0.42$で求めると　$0.302 < \mu < 0.538$）

5. $n=10$，$s=0.84$，自由度9のカイ二乗分布では $\chi^2_{0.975} = 2.70039$，$\chi^2_{0.025} = 19.0228$

よって

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

より　$0.334 < \sigma^2 < 2.352$

6. (1) 標準正規分布の2.5%点の値は1.96，$n=25$，$\bar{x}=0.65$，$\sigma=4.0$　より

$$0.65 - 1.96 \times \frac{4.0}{\sqrt{25}} < \mu < 0.65 + 1.96\,\frac{4.0}{\sqrt{25}}$$

より

$$-0.918 < \mu < 2.218$$

(2) $$\frac{1.96 \times \frac{4}{\sqrt{x}} \times 2}{1.96 \times \frac{4}{\sqrt{25}} \times 2} = 0.9$$　より　$x = 30.86\cdots$

よって　$31 - 25 = 6$　　あと6個

7. $$n = \left(\frac{1.96}{0.20}\right)^2 (0.76)^2 = 55.47$$

よって　56個

演習問題 7

1. $$z = \frac{2.070 - 2.085}{0.011} = -1.3636$$

$z_{0.1} = 1.28$ であるので　$-1.28 > -1.3636$　より 仮説を棄却
（$\alpha = 0.05$ の時は仮説を採択）

2. $$\begin{cases} H_0: & \mu = 0.04 \\ H_1: & \mu \neq 0.04 \end{cases}$$

$n = 10$,　$\bar{x} = 0.0357$,　$s = 0.01253484$,
よって
$$t = \frac{0.0357 - 0.04}{0.01253484/\sqrt{10}} = 1.085$$

自由度 9 の t 分布では $t_{0.025} = 2.262$　であるので 仮説 H_0 を採択

3. $$\begin{cases} H_0: & \mu_A = \mu_B \\ H_1: & \mu_A \neq \mu_B \end{cases}$$

$n_A = 70$,　$\bar{x}_A = 5.1$,　$s_A = 0.91$
$n_B = 70$,　$\bar{x}_B = 5.7$,　$s_B = 1.34$
$$t = \frac{(5.1 - 5.7)}{\sqrt{69 \times (0.91)^2 + 69 \times (1.34)^2}} \sqrt{\frac{70 \times 70 \times (138)}{140}} = -3.09915$$

自由度 138 の t 分布の 0.5% 点は およそ 2.617，よって 仮説 H_0 を棄却

4. $$\begin{cases} H_0: & \mu_A = \mu_B \\ H_1: & \mu_A > \mu_B \end{cases}$$

$n_A = 10$,　$\bar{x}_A = 16.1 \times 10^{-4}$,　$s_A = 9.66 \times 10^{-4}$
$n_B = 10$,　$\bar{x}_B = 8.1 \times 10^{-4}$,　$s_B = 5.88 \times 10^{-4}$
$$t = \frac{(16.1 \times 10^{-4} - 8.1 \times 10^{-4})}{\sqrt{9 \times (9.66 \times 10^{-4})^2 + 9 \times (5.88 \times 10^{-4})^2}} \sqrt{\frac{10 \times 10 \times (10 + 10 - 2)}{10 + 10}} = 2.237$$

自由度 18 の t 分布では $t_{0.005} = 2.878$　よって 仮説 H_0 を採択

5. $\begin{cases} H_0: & \mu_A = \mu_B \\ H_1: & \mu_A < \mu_B \end{cases}$

$n_A = 6$, $\bar{x}_A = 14.3$, $s_A = 1.037$

$n_B = 6$, $\bar{x}_B = 15.1$, $s_B = 1.431$

$$t = \frac{(14.3 - 15.1)}{\sqrt{5 \times 1.037^2 + 5 \times 1.431^2}} \sqrt{\frac{6 \times 6 \times (6+6-2)}{6+6}} = -1.109$$

自由度10のt分布では $t_{0.05} = 1.812$　$|t| \leqq t_{\alpha/2}$ より 仮説H_0を採択

6. 二つの測定値の差をWとする

$\begin{cases} H_0: & \mu_W = 0 \\ H_1: & \mu_W \neq 0 \end{cases}$

$n = 10$, $\bar{W} = 2.5$, $S_W = 36.3325688$

$$t = \frac{2.5 - 0}{36.3325688 / \sqrt{10}} = 0.21759249$$

自由度9のt分布において $t_{0.025} = 2.262$, よって仮説H_0を採択

7. $\begin{cases} H_0: & \sigma^2_{前} = \sigma^2_{後} \\ H_1: & \sigma^2_{前} > \sigma^2_{後} \end{cases}$

$n_{前} = 9$, $S_{前} = 6.87$

$n_{後} = 13$, $S_{後} = 4.25$

$$F = \frac{S^2_{前}}{S^2_{後}} = \frac{(6.87)^2}{(4.25)^2} = 2.613$$

自由度8, 12のF分布において $F_{0.05} = 2.849$, よって仮説H_0を採択

8. $\begin{cases} H_0: & \sigma^2_{前} = \sigma^2_{後} \\ H_1: & \sigma^2_{前} > \sigma^2_{後} \end{cases}$

$n_{前} = 31$, $S_{前} = 2.18$

$n_{後} = 31$, $S_{後} = 1.23$

$$F = \frac{S^2_{前}}{S^2_{後}} = \frac{(2.18)^2}{(1.23)^2} = 3.1412519$$

自由度30, 30のF分布において $F_{0.01} = 2.386$, よって仮説H_0を棄却

9. $\begin{cases} H_0 : & p = 0.037 \\ H_1 : & p < 0.037 \end{cases}$

$n = 16856$, $x = 356$ よって $\hat{p} = \frac{x}{n} = 0.02112$

$$Z_p = \frac{0.02112 - 0.037}{\sqrt{\frac{0.037 \times (1-0.037)}{16856}}} = -10.922$$

$Z_{0.05} = 1.64$, よって 仮説 H_0を棄却

10. $\begin{cases} H_0 : & \mu = 0.25 \\ H_1 : & \mu > 0.25 \end{cases}$

$n = 12$, $\bar{x} = 0.1842$, $s = 0.1128$

$$t = \frac{0.1842 - 0.25}{0.1128/\sqrt{12}} = -2.021$$

自由度11のt分布において $t_{0.10} = 1.363$ よって 仮説を棄却

11. 仮説：公害規制に対する態度と被害の有無とは独立

理論度数は

	強	今のまま	弱
有	97.9	33.0	2.1
無	187.1	63.0	3.9

よって

$$\chi^2 = \frac{(113-97.9)^2}{97.9} + \frac{(172-187.1)^2}{187.1} + \frac{(19-33)^2}{33} + \frac{(77-63)^2}{63} + \frac{(1-2.1)^2}{2.1} + \frac{(5-3.9)^2}{3.9}$$

$$= 13.48$$

自由度2のカイ二乗分布において $\chi^2_{0.01} = 9.21$, よって仮説は棄却される.

注 この場合にはクラスを合併していない

演習問題8

1. $r = 0.8526$

2. $r = -0.7324$

3. $y = \alpha_0 + \alpha_1 x$

$\alpha_0 = 6916.394088$

$\alpha_1 = -0.079661143$

4. $F = \alpha_0 + \alpha_1 W$

水：$\begin{cases} \alpha_0 = -0.019272862 \\ \alpha_1 = 0.029696282 \end{cases}$

フレオン：$\begin{cases} \alpha_0 = 0.149992127 \\ \alpha_1 = 0.059345351 \end{cases}$

酸素ガス：$\begin{cases} \alpha_0 = 0.319418751 \\ \alpha_1 = -0.042421168 \end{cases}$

5. 1) $r = 0.658746885$

2) $y = \alpha_0 + \alpha_1 x$

$\begin{cases} \alpha_0 = 24.62562895 \\ \alpha_1 = 5.051298258 \end{cases}$

3) $z = \frac{1}{2} \log_e \left(\frac{1+r}{1-r} \right) = 0.7905\cancel{13793}$

$\mu = 0$

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{10-3}} = \sqrt{\frac{1}{7}} = 0.377964473$

よって

$$\frac{0.7905 - 0}{0.3780} = 2.0913$$

$z_{0.005} = 2.57$　したがって　$H_0 : \rho = 0$ を採択

6. y と ε_μ

$r = -0.850585404$

$\varepsilon_\mu = \alpha_0 + \alpha_1 y$

$$\begin{cases} \alpha_0 = 399602.0889 \\ \alpha_1 = -364032.3297 \end{cases}$$

$H_0 : \rho = 0$ の検定

$z = \frac{1}{2} \log_e \left(\frac{1+r}{1-r} \right) = -1.2583$

$\mu = 0$

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{15-3}} = \sqrt{\frac{1}{12}} = 0.2887$

$$\frac{-1.2583 - 0}{0.2887} = 4.3585$$

$z_{0.01} = 2.32$, よって $H_0 : \rho = 0$ を棄却

y と ε_y

$r = 0.975452194$

$\varepsilon_y = \alpha_0 + \alpha_1 y$

$$\begin{cases} \alpha_0 = -2883.963883 \\ \alpha_1 = 6566.286434 \end{cases}$$

$H_0 : \rho = 0$ の検定

$z = \frac{1}{2} \log_e \left(\frac{1+r}{1-r} \right) = 2.1950$

$\mu = 0$

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{15-3}} = \sqrt{\frac{1}{12}} = 0.2887$

$$\frac{2.1950 - 0}{0.2887} = 7.6029$$

$z_{0.01} = 2.32$, よって $H_0 : \rho = 0$ を棄却

7. $y=\alpha_0 10^{\alpha_1 x}$ を求める.

x	y	$\log_{10} y$	yの推定値
1920	689	2.838219222	719.7
30	1410	3.149219113	1301.7
40	2150	3.33243846	2354.0
50	3803	3.580126325	4257.0
60	7674	3.885021795	7698.5
70	16719	4.223210298	13922.7
80	21833	4.339113415	25177.1

$$\log_{10} y = \log_{10}\alpha_0 + \alpha_1 x$$

$$\begin{cases} \log_{10}\alpha_0 = -46.54442929 & \Rightarrow \alpha_0 = 2.854761277\times 10^{-47} \\ \alpha_1 = 0.025725887 \end{cases}$$

よって　$y = 2.855\times 10^{-47}\times 10^{0.02573x}$

8. $y=\alpha_0+\alpha_1 x+\alpha_2 x^2$

$$\begin{cases} \alpha_0 = 20.69 \\ \alpha_1 = 1.329 \\ \alpha_2 = -0.00859 \end{cases}$$

$R^2 = 0.9732$

演習問題 9

1. $T = 107.7$, $C.T. = 773.286$

$SS_T = 89.444$, $SS_A = 50.736$, $SS_E = 38.708$

変動因	変動	自由度	分散	F値
要因A	50.736	2	25.368	7.864
誤差E	38.708	12	3.226	
計	89.444	14		

自由度 2, 12 のF分布において $F_{0.05} = 3.885$, よって切削油剤の効果はないという仮説を棄却.

2. H_0 : $\mu_{A_1} = \mu_{A_2} = \mu_{A_3}$

$T = 1461$, $C.T. = 71150.7$

$SS_T = 1962.3$, $SS_A = 642.2$, $SS_E = 1320.1$

変動因	変動	自由度	分散	F値
要因A	642.2	2	321.1	6.567
誤差E	1320.1	27	48.9	
計	1962.3	29		

自由度 2, 27 のF分布において $F_{0.05} = 3.354$ よって H_0 を棄却。したがってスペーサ A_1, A_2, A_3 の性能に差があるといえる.

3. H_A : $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ (保存環境によって寸法変化に差はない

H_B : $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = 0$ (材質によって寸法変化に差はない)

$T = -1$, $C.T. = 0.0556$

$SS_T = 0.107$, $SS_A = 0.0301$, $SS_B = 0.0195$, $SS_E = 0.0574$

変動因	変動	自由度	分散	F値
要因A	0.0301	2	0.01505	2.622
〃 B	0.0195	5	0.0039	0.679
誤差E	0.0574	10	0.00574	
計	0.1070	17		

自由度 2, 10 のF分布において $F_{0.05}=4.103$　よって H_A を採択
〃 5, 10 のF分布において $F_{0.05}=3.326$　よって H_B を採択

4. $H_A: \alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=\alpha_5=0$　(製造年数のちがいは強度に関係がない)
$H_B: \beta_1=\beta_2=\beta_3=\beta_4=\beta_5=\beta_6=0$　(締付トルクのちがいは強度に関係がない)

$T=7855$, $C.T.=2056701$
$SS_T=352274$, $SS_A=46636.5$, $SS_B=112534$, $SS_E=193103.5$

変動因	変動	自由度	分散	F値
要因A	46636.5	4	11659	1.208
〃 B	112534.0	5	22507	2.331
誤差E	193103.5	20	9655	
計	352274.0	29		

自由度 4, 20 のF分布において $F_{0.05}=2.866$　よって H_A を採択
〃 5, 20 のF分布において $F_{0.05}=2.711$　よって H_B を採択

5. $H_A: \alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$　(接着剤の種類による付着力の差はない)
$H_B: \beta_1=\beta_2=0$　(配合比のちがいによる付着力の差はない)
$H_{A\times B}: \gamma_{11}=\gamma_{12}=\gamma_{21}=\gamma_{22}=\gamma_{31}=\gamma_{32}=0$　(要因AとBの交互作用効果はない)

$T=139.5$, $C.T.=1081.125$
$SS_T=27.385$, $SS_A=16.623$, $SS_B=0.934$, $SS_{A\times B}=2.635$, $SS_E=7.193$

変動因	変動	自由度	分散	F値
要因A	16.623	2	8.3115	13.866
要因B	0.934	1	0.9340	1.558
交互作用A×B	2.635	2	1.3175	2.198
誤差E	7.193	12	0.5994	
計	27.385	17		

自由度 2, 12 のF分布において $F_{0.05}=3.885$　よって H_A を棄却
〃 1, 12 のF分布において $F_{0.05}=4.747$　よって H_B を採択
〃 2, 12 のF分布において $F_{0.05}=3.885$　よって $H_{A\times B}$ を採択

6. H_A : $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ （両材の含水率による反りの差はない）

H_B : $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ （合板の含水率による反りの差はない）

$H_{A \times B}$: $\gamma_{11} = \gamma_{12} = \gamma_{13} = \gamma_{21} = \gamma_{22} = \gamma_{23} = \gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma_{33} = 0$ （要因AとBの交互作用効果はない）

$T = 20.1$, $C.T. = 22.445$

$SS_T = 4.345$, $SS_A = 2.363$, $SS_B = 1.343$, $SS_{A \times B} = 0.054$, $SS_E = 0.585$

変動因	変動	自由度	分散	F値
要因A	2.363	2	1.1815	18.177
〃 B	1.343	2	0.6715	10.331
交互作用 A×B	0.054	4	0.0135	0.208
誤差E	0.585	9	0.0650	
計	4.345	17		

自由度 2, 9 のF分布において $F_{0.01} = 8.022$ よって H_Aを棄却

〃 2, 9 のF分布において $F_{0.01} = 8.022$ よって H_Bを棄却

〃 4, 9 のF分布において $F_{0.01} = 6.422$ よって $H_{A \times B}$を採択

演習問題10

1. $H_0: \hat{\mu} = 47$
   $H_1: \hat{\mu} \neq 47$

'+'の数は4，'−'の数は10，いま'+'の数をxとすると

$$Pr(x \leqq 4) = Pr(x=0) + Pr(x=1) + Pr(x=2) + Pr(x=3) + Pr(x=4)$$
$$= \binom{14}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^{14} + \binom{14}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^{14} + \binom{14}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{14} + \binom{14}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{14} + \binom{14}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{14}$$
$$= 0.0898$$

両側検定であるので　$\alpha/2 = 0.025$ と比較すると　$\alpha/2 < Pr(x \leqq 4)$
よって　H_0を採択

(正規近似の場合)

$x = 4$

$$z = \frac{(x - np) + 0.5}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{(4 - 14 \times \frac{1}{2}) + 0.5}{\sqrt{14 \times \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{2})}} = -1.336$$

$$Pr(z \leqq -1.336) \fallingdotseq 0.090123$$
$$Pr(x \leqq 4) + Pr(x \geqq 10) = 2 \times 0.090123 = 0.180246$$
よって H_0を採択

2. $H_0: \hat{\mu} = 6.86$
   $H_1: \hat{\mu} \neq 6.86$

'+'の数は2，'−'の数は8，'+'の数をxとすると

$$Pr(x \leqq 2) = Pr(x=0) + Pr(x=1) + Pr(x=2)$$
$$= \binom{10}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^{10} + \binom{10}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^{10} + \binom{10}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$
$$= 0.0547$$

両側検定であるので　$\alpha/2 = 0.005$　と比較すると　$\alpha/2 < Pr(x \leqq 2)$
よって H_0を採択

(正規近似の場合)

$x=2$

$$z=\frac{(x-np)+0.5}{\sqrt{np(1-p)}}=\frac{(2-10\times\frac{1}{2})+0.5}{\sqrt{10\times\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2})}}\fallingdotseq-1.58$$

$Pr(x\leqq 2)=Pr(z\leqq -1.58)=0.057053$

$Pr(x\leqq 2)+Pr(x\geqq 8)=2\times 0.057053=0.114106$

よって H_0を採択

3. H_0 : $\hat{\mu}_1=\hat{\mu}_2$

H_1 : $\hat{\mu}_1\neq\hat{\mu}_2$

$n=9$ で '+' が 2 , '−' が 7 , いま'+'の数を x とすると

$$Pr(x\leqq 2)=Pr(x=0)+Pr(x=1)+Pr(x=2)$$
$$=\binom{9}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^9+\binom{9}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^9+\binom{9}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^9$$
$$=0.08984$$

両側検定であるので $\alpha/2=0.025$ と比較すると $\alpha/2<Pr(x\leqq 2)$
よって H_0を採択

(正規近似の場合)

$x=2$

$$z=\frac{(x-np)+0.5}{\sqrt{np(1-p)}}=\frac{(2-9\times\frac{1}{2})+0.5}{\sqrt{9\times\frac{1}{2}\times(1-\frac{1}{2})}}=-1.33$$

$Pr(x\leqq 2)=Pr(z\leqq -1.33)=0.091759$

$Pr(x\leqq 2)+Pr(x\geqq 7)=2\times 0.091759=0.183518$

よって H_0を採択

4. 照射 x, 非照射 y とする

$H_0: \tilde{\mu}_x = \tilde{\mu}_y$

$H_1: \tilde{\mu}_x < \tilde{\mu}_y$

$n=6$ で '+'が1, '+'の数を x とすると

$$Pr(x \leqq 1) = Pr(x=0) + Pr(x=1) = \binom{6}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^6 + \binom{6}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0.109375$$

$\alpha = 0.05$ であるので H_0 を採択

[(正規近似の場合)

$x=1$

$$z = \frac{(x-np)+0.5}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{(1-6\times\frac{1}{2})+0.5}{\sqrt{6\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}} = -1.23$$

$Pr(z \leqq -1.23) = 0.10935$, よって H_0 を採択]

5. 垂直方向: x, 水平方向: y とすると 仮説, 対立仮説は

$H_0: \tilde{\mu}_x = \tilde{\mu}_y$

$H_1: \tilde{\mu}_x \neq \tilde{\mu}_y$

小さい方から順位をつけると

	垂直(x)	水平(y)
	2	1
	12	8
	11	3
	7	4
	10	9
	5	6
計	47	31

$\Rightarrow$ 水平方向について順位和を求めると

$W_y = 31$

$\alpha = 0.05$ の棄却域は およそ $\begin{cases} \text{下側 } 28 \geqq W \\ \text{上側 } 50 \leqq W \end{cases}$

よって H_0 を採択

平均値の検定（$H_0: \mu_x = \mu_y$, $H_1: \mu_x \neq \mu_y$）

$\bar{x} = 62.965$

$\bar{y} = 50.431\dot{6}$

$S_x^2 = 348.0930302$

$S_y^2 = 117.0717367$

$$t = \frac{(\bar{x}-\bar{y})}{\sqrt{(n_x-1)S_x^2 + (n_y-1)S_y^2}} \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x+n_y-2)}{n_x+n_y}}$$

$$= \frac{62.965 - 50.432}{\sqrt{5\times 348.093 + 5\times 117.072}} \sqrt{\frac{6\times 6\times 10}{6+6}} = 1.4234$$

自由度10のt分布における$t_{0.025}$は 2.228　よって H_0を採択

6.　公団住宅をx，民間住宅をyとすると

H_0: $\tilde{\mu}_x = \tilde{\mu}_y$

H_1: $\tilde{\mu}_x \neq \tilde{\mu}_y$

騒音暴露量の小さい方から順位をつけると

公団(x)	民間(y)
5	3.5
11	1
6	2
3.5	8
7	
9	
10	

$W_y = 14.5$

$\alpha = 0.05$の場合の棄却域は　およそ

下側　$13 \geq W$

上側　$35 \leqq W$

よって H_0は採択される

7.

Gグループ	Eグループ	$d=G-E$	d^2
2	1	1	1
3	5	−2	4
4	3	1	1
5	4	1	1
1	2	−1	1

H_0：両グループが重視する属性は異なる（相関はゼロ）

$$r_s = 1 - 6 \times \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - 6 \times \frac{8}{5(5^2-1)} = 0.60$$

$\alpha=0.10$であるので　$n=5$の時のH_0の棄却域は0.90以上
よって　H_0を採択

8.　H_0：K_1法とK_2法の間には関連がない（相関ゼロである）

$n=24$

$$r_s = 1 - 6 \times \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - 6 \times \frac{1541}{24(24^2-1)} = 0.33$$

$\alpha=0.02$なら棄却域は　0.485より上
$\alpha=0.10$なら棄却域は　0.343より上

よって　H_0を採択

9.
粗さ：$r_s = 0.822058824$
コントラスト：$r_s = 0.902205882$
鮮鋭性：$r_s = 0.721323529$
規則性：$r_s = 0.2412$

$n=16$の時
片側検定$\alpha=0.01$の
棄却域は0.601
以上。よって規則
性のみ　H_0を採択

10.　$r_s = 1 - 6 \times \frac{6}{6 \times (6^2-1)} = 0.828571429$

演習問題11

1. x_1が観測された時

事後確率 $Pr(\theta_1|x_1)$, $Pr(\theta_2|x_1)$は

$$Pr(\theta_1|x_1)=\frac{0.4\times0.5}{0.4\times0.5+0.6\times0.1}=0.77$$

$$Pr(\theta_2|x_1)=\frac{0.6\times0.1}{0.4\times0.5+0.6\times0.1}=0.23$$

行動 a_1をとると　$0.77\times0+0.23\times10=2.3$
〃 a_2をとると　$0.77\times5+0.23\times1=4.08$
⇒ よって x_1が観測された時は a_1をとる

同様に

x_2が観測された時

$$Pr(\theta_1|x_2)=\frac{0.4\times0.3}{0.4\times0.3+0.6\times0.2}=0.5$$

$$Pr(\theta_2|x_2)=\frac{0.6\times0.2}{0.4\times0.3+0.6\times0.2}=0.5$$

行動 a_1をとると　$0.5\times0+0.5\times10=5$
〃 a_2をとると　$0.5\times5+0.5\times1=3$
⇒ よって x_2が観測された時は a_2

x_3が観測された時

$$Pr(\theta_1|x_3)=\frac{0.4\times0.2}{0.4\times0.2+0.6\times0.7}=0.16$$

$$Pr(\theta_2|x_3)=\frac{0.6\times0.7}{0.4\times0.2+0.6\times0.7}=0.84$$

行動 a_1をとると　$0.16\times0+0.84\times10=8.4$
〃 a_2をとると　$0.16\times5+0.84\times1=1.64$
⇒ よって x_3が観測された時は a_2

従って 事前確率が $Pr(\theta_1)=0.4$, $Pr(\theta_2)=0.6$ の時のベイズ決定方式は

$$d_4=(a_1, a_2, a_2)$$

また ベイズ期待危険度 $R(d_4)$ は

x_1 が観測される確率 $Pr(x_1)$ は $0.4\times0.5+0.6\times0.1=0.26$

x_2 が 〃 $Pr(x_2)$ は $0.4\times0.3+0.6\times0.2=0.24$

x_3 が 〃 $Pr(x_3)$ は $0.4\times0.2+0.6\times0.7=0.50$

よって

$$R(d_4)=0.26\times2.3+0.24\times3+0.50\times1.64=2.138$$

2. (1)

決定方式	$R(\theta_1,d)$	$R(\theta_2,d)$	$\max\{R(\theta_1,d),R(\theta_2,d)\}$
$d_1=(a_1,a_1,a_1)$	10	50	50
$d_2=(a_1,a_1,a_2)$	124	45	124
$d_3=(a_1,a_2,a_1)$	67	40	67
$d_4=(a_1,a_2,a_2)$	181	35	181
$d_5=(a_2,a_1,a_1)$	29	15	29 ⇐ ミニマックス決定方式
$d_6=(a_2,a_1,a_2)$	143	10	143
$d_7=(a_2,a_2,a_1)$	86	5	86
$d_8=(a_2,a_2,a_2)$	200	0	200

(2) 優越される決定方式は $d_2,\ d_3,\ d_4,\ d_6$

(3) ミニマックス決定方式は d_5

(4) 事前確率が $Pr(\theta_1)=0.1$, $Pr(\theta_2)=0.9$ の時

$R(d_1)=0.1\times10+0.9\times50=46$

$R(d_5)=0.1\times29+0.9\times15=16.4$

$R(d_7)=0.1\times86+0.9\times5=13.1$

$R(d_8)=0.1\times200+0.9\times0=20$

よって ベイズ決定方式は $d_7=(a_2,a_2,a_1)$

ベイズ期待危険度は 13.1

3 x_1が得られた時

$$Pr(\theta_1|x_1)=\frac{0.2\times0.7}{0.2\times0.7+0.5\times0.3+0.3\times0.1}=\frac{0.14}{0.32}=0.43750$$

$$Pr(\theta_2|x_1)=\frac{0.5\times0.3}{0.2\times0.7+0.5\times0.3+0.3\times0.1}=\frac{0.15}{0.32}=0.46875$$

$$Pr(\theta_3|x_1)=\frac{0.3\times0.1}{0.2\times0.7+0.5\times0.3+0.3\times0.1}=\frac{0.03}{0.32}=0.09375$$

行動 a_1をとると　$0.4375\times1+0.46875\times5+0.09375\times8=3.53125$

a_2をとると　$0.4375\times3+0.46875\times2+0.09375\times6=2.81250$

a_3をとると　$0.4375\times5+0.46875\times4+0.09375\times3=4.34375$

よって x_1が得られた時は a_2をとる

x_2が得られた時

$$Pr(\theta_1|x_2)=\frac{0.2\times0.2}{0.2\times0.2+0.5\times0.4+0.3\times0.3}=\frac{0.04}{0.33}=0.12121$$

$$Pr(\theta_2|x_2)=\frac{0.5\times0.4}{0.2\times0.2+0.5\times0.4+0.3\times0.3}=\frac{0.20}{0.33}=0.60606$$

$$Pr(\theta_3|x_2)=\frac{0.3\times0.3}{0.2\times0.2+0.5\times0.4+0.3\times0.3}=\frac{0.09}{0.33}=0.27273$$

行動 a_1をとると　$0.12121\times1+0.60606\times5+0.27273\times8=5.33335$

a_2をとると　$0.12121\times3+0.60606\times2+0.27273\times6=3.21213$

a_3をとると　$0.12121\times5+0.60606\times4+0.27273\times3=3.84848$

よって x_2が得られた時は a_2をとる

x_3が得られた時

$$Pr(\theta_1|x_3)=\frac{0.2\times0.1}{0.2\times0.1+0.5\times0.3+0.3\times0.6}=\frac{0.02}{0.35}=0.05714$$

$$Pr(\theta_2|x_3)=\frac{0.5\times0.3}{0.2\times0.1+0.5\times0.3+0.3\times0.6}=\frac{0.15}{0.35}=0.42857$$

$$Pr(\theta_3|x_3) = \frac{0.3\times0.6}{0.2\times0.1+0.5\times0.3+0.3\times0.6} = \frac{0.18}{0.35} = 0.51429$$

行動 a_1 をとると　$0.05714\times1+0.42857\times5+0.51429\times8=6.31431$

a_2をとると　$0.05714\times3+0.42857\times2+0.51429\times6=4.11430$

a_3をとると　$0.05714\times5+0.42857\times4+0.51429\times3=3.54285$

よって、x_3が得られた時は a_3 をとる。

これより事前確率が $Pr(\theta_1)=0.2$, $Pr(\theta_2)=0.5$, $Pr(\theta_3)=0.3$ の時の
ベイズ決定方式は

$$(a_2,\ a_2,\ a_3)$$

また ベイズ期待危険度 $R(d)$ は

x_1が得られる確率 $Pr(x_1)$ は　$0.2\times0.7+0.5\times0.3+0.3\times0.1=0.32$

x_2が　〃　$Pr(x_2)$ は　$0.2\times0.2+0.5\times0.4+0.3\times0.3=0.33$

x_3が　〃　$Pr(x_3)$ は　$0.2\times0.1+0.5\times0.3+0.3\times0.6=0.35$

よって

$$R(d)=0.32\times2.81250+0.33\times3.21213+0.35\times3.54285=3.20000$$

演習問題12

1. $R = 0.998470236$

2. $a_{11} = a_{21} = 0$ とおくと

$$
\begin{aligned}
y_1 &= 50 & \hat{y}_1 &= a_0 & & & &+ a_{22} \\
y_2 &= 60 & \hat{y}_2 &= a_0 & &+ a_{12} & &+ a_{22} \\
y_3 &= 56 & \hat{y}_3 &= a_0 & &+ a_{12} & & \\
y_4 &= 87 & \hat{y}_4 &= a_0 & & & & \\
y_5 &= 80 & \hat{y}_5 &= a_0 & & & & \\
y_6 &= 63 & \hat{y}_6 &= a_0 & &+ a_{12} & &+ a_{22}
\end{aligned}
$$

したがって

$$
\sum_{i=1}^{6}(y_i - \hat{y}_i)^2 = 27174 - 792a_0 - 358a_{12} - 346a_{22} + 6a_0^2 + 3a_{12}^2 + 3a_{22}^2 + 6a_0a_{12} + 6a_0a_{22} + 4a_{12}a_{22}
$$

この式を a_0, a_{12}, a_{22} で偏微分すると

$$
\begin{aligned}
2a_0 + a_{12} + a_{22} &= 132 \\
3a_0 + 3a_{12} + 2a_{22} &= 179 \\
3a_0 + 2a_{12} + 3a_{22} &= 173
\end{aligned}
$$

これを解くと

$$a_0 = 77, \quad a_{12} = -8, \quad a_{22} = -14$$

よって求める式は

$$y = 77 - 8x_{12} - 14x_{22}$$

推定値は順に　63, 55, 69, 77, 77, 55

重相関係数Rは

$$R = 0.6954$$

また　バイトの形状のレンジは8

被削材質のレンジは14

よって、バイトの寿命に及ぼす影響は被削材質のほうが強い。

3. $a_{11}=a_{21}=0$ とおくと

$$
\begin{array}{llllll}
y_1=61 & \hat{y}_1 = & a_0 & & \\
y_2=56 & \hat{y}_2 = & a_0 & & +a_{22} \\
y_3=59 & \hat{y}_3 = & a_0 & +a_{12} & +a_{22} \\
y_4=39 & \hat{y}_4 = & a_0 & +a_{12} & \\
y_5=50 & \hat{y}_5 = & a_0 & +a_{12} & \\
y_6=91 & \hat{y}_6 = & a_0 & & \\
y_7=63 & \hat{y}_7 = & a_0 & +a_{12} & +a_{22}
\end{array}
$$

したがって

$$\sum_{k=1}^{7}(y_k-\hat{y}_k)^2 = 26609-838a_0-422a_{12}-356a_{22}+7a_0^2+4a_{12}^2+3a_{22}^2$$

$$+8a_0a_{12}+6a_0a_{22}+4a_{12}a_{22}$$

この式を a_0, a_{12}, a_{12} で偏微分すると

$$7a_0+4a_{12}+3a_{22}=419$$
$$4a_0+4a_{12}+2a_{22}=211$$
$$3a_0+2a_{12}+3a_{22}=178$$

これを解くと

$$a_0=68.7,\quad a_{12}=-16.9,\quad a_{22}=1.9$$

よって求める式は

$$y=68.7-16.9x_{12}+1.9x_{22}$$

推定値は 順に 68.7, 70.6, 53.7, 51,8, 51.8, 68.7, 53.7

重相関係数 R は

$$R=0.5588$$

また 使用言語のレンジは 16.9
　　 経験年数のレンジは 1.9

よって 使用言語のほうが バグ発生数に及ぼす影響は強い

4. $a_{11} = a_{21} = 0$ とおくと

$$
\begin{aligned}
y_1 &= 100 & \hat{y}_1 &= a_0 \\
y_2 &= 300 & \hat{y}_2 &= a_0 \qquad\qquad + a_{22} \\
y_3 &= 330 & \hat{y}_3 &= a_0 + a_{12} + a_{22} \\
y_4 &= 410 & \hat{y}_4 &= a_0 + a_{12} \\
y_5 &= 120 & \hat{y}_5 &= a_0 \qquad\qquad + a_{22} \\
y_6 &= 350 & \hat{y}_6 &= a_0 + a_{12}
\end{aligned}
$$

したがって

$$\sum_{k=1}^{6} (y_k - \hat{y}_k)^2 = 513900 - 3220a_0 - 2180a_{12} - 1960a_{22} + 6a_0^2 + 3a_{12}^2 + 3a_{22}^2 + 6a_0a_{12} + 6a_0a_{22} + 4a_{12}a_{22}$$

この式を a_0, a_{12}, a_{22} で偏微分すると

$$
\begin{aligned}
6a_0 + 3a_{12} + 3a_{22} &= 1610 \\
3a_0 + 3a_{12} + 2a_{22} &= 1090 \\
3a_0 + 2a_{12} + 3a_{22} &= 980
\end{aligned}
$$

これを解くと

$a_0 = 153.3$, $a_{12} = 170$, $a_{22} = 60$

よって求める式は

$$y = 153.3 + 170x_{12} + 60x_{22}$$

推定値は順に 153.3 , 213.3 , 383.3 , 323.3, 153.3 , 383.3

重相関係数 R は

$R = 0.8485$

また 心線材質のレンジは 170
ゴム配合のレンジは 60

よって Vベルトの寿命に及ぼす影響は心線材質の方が強い

5. $a_{11} = a_{21} = 0$ とおくと

$$
\begin{aligned}
y_1 &= 0.10 & \hat{y}_1 &= a_0 \\
y_2 &= 0.02 & \hat{y}_2 &= a_0 \qquad + a_{22} \\
y_3 &= 0.40 & \hat{y}_3 &= a_0 + a_{12} \\
y_4 &= 0.12 & \hat{y}_4 &= a_0 \\
y_5 &= 0.01 & \hat{y}_5 &= a_0 + a_{12} + a_{22} \\
y_6 &= 0.28 & \hat{y}_6 &= a_0 + a_{12}
\end{aligned}
$$

したがって

$$\sum_{k=1}^{6}(y_k - \hat{y}_k)^2 = 0.2633 - 1.86a_0 - 1.38a_{12} - 0.06a_{22} + 6a_0^2 + 3a_{12}^2$$
$$+ 2a_{22}^2 + 6a_0a_{12} + 4a_0a_{22} + 2a_{12}a_{22}$$

この式を a_0, a_{12}, a_{22} で偏微分すると

$$
\begin{aligned}
6a_0 + 3a_{12} + 2a_{22} &= 0.93 \\
3a_0 + 3a_{12} + a_{22} &= 0.69 \\
2a_0 + a_{12} + 2a_{22} &= 0.03
\end{aligned}
$$

これを解くと

$a_0 = 0.15$, $a_{12} = 0.15$, $a_{22} = -0.21$

よって求める式は

$$y = 0.15 + 0.15x_{12} - 0.21x_{22}$$

推定値は順に 0.15, −0.06, 0.30, 0.15, 0.09, 0.30

重相関係数Rは

$$R = 0.8813$$

また 温度のレンジは 0.15

銅管の有無のレンジは 0.21

よって腐食速度に及ぼす影響は銅管の有無の方が強い

演習問題 13

1. $\bar{\bar{x}} = 706.7$
$\bar{R} = 28.3$
$n = 4$

よって $\bar{x}$ 管理図に関しては
$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 706.7 - 0.729 \times 28.3 = 686.1$
$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 706.7 + 0.729 \times 28.3 = 727.3$

R管理図に関しては
$LCL = D_3\bar{R} = 0 \times 28.3 = 0$
$UCL = D_4\bar{R} = 2.282 \times 28.3 = 64.6$

2. $\bar{\bar{x}} = 2.086$
$\bar{R} = 0.199$
$n = 6$

$\bar{x}$ 管理図に関しては
$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 2.086 - 0.483 \times 0.199 = 1.990$
$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 2.086 + 0.483 \times 0.199 = 2.182$

R管理図に関しては
$LCL = D_3\bar{R} = 0 \times 0.199 = 0$
$UCL = D_4\bar{R} = 2.004 \times 0.199 = 0.399$

$\bar{x}$ 管理図において 27日目, 28日目に異常が生じている

3. $N=20,\ n=2,\ c=1$

不良品の個数 k	不良品の割合 p	$Pr(0\|k)$	$Pr(1\|k)$	$Pr(A\|p)$
0	0	0	0	1
1	0.05	0	0	1
2	0.10	153/190	36/190	0.995
3	0.15	136/190	51/190	0.984
4	0.20	120/190	64/190	0.968
5	0.25	105/190	75/190	0.947
6	0.30	91/190	84/190	0.921
7	0.35	78/190	91/190	0.889
8	0.40	66/190	96/190	0.853
9	0.45	55/190	99/190	0.811
10	0.50	45/190	100/190	0.763
11	0.55	36/190	99/190	0.711
12	0.60	28/190	96/190	0.653
13	0.65	21/190	91/190	0.589
14	0.70	15/190	84/190	0.521
15	0.75	10/190	75/190	0.447
16	0.80	6/190	64/190	0.368
17	0.85	3/190	51/190	0.284
18	0.90	1/190	36/190	0.195
19	0.95	0	19/190	0.100
20	1.00	0	0	0

$\alpha=0.05$ のときの p は 約 0.25

$\beta=0.20$ のときの p は 約 0.90

4. $c=2$

$$Pr(A|p) = \frac{\lambda^0 e^{-\lambda}}{0!} + \frac{\lambda^1 e^{-\lambda}}{1!} + \frac{\lambda^2 e^{-\lambda}}{2!}$$

$$= e^{-\lambda} + \lambda e^{-\lambda} + \frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda}$$

$$= \left(1+\lambda+\frac{\lambda^2}{2}\right) e^{-\lambda}$$

p	λ	$Pr(A\|p)$
0	0	1
0.01	0.5	0.986
0.02	1.0	0.920
0.03	1.5	0.809
0.04	2.0	0.677
0.05	2.5	0.544
0.06	3.0	0.423
0.07	3.5	0.321
0.08	4.0	0.238
0.09	4.5	0.174
0.10	5.0	0.125
0.11	5.5	0.088
0.12	6.0	0.062
0.13	6.5	0.043
0.14	7.0	0.030
0.15	7.5	0.020
0.16	8.0	0.014
0.17	8.5	0.009
0.18	9.0	0.006
0.19	9.5	0.004
0.20	10.0	0.003
⋮	⋮	⋮

← $p=0.015$, $\lambda=0.75$
$Pr(A|p)=0.959$

← $p=0.105$, $\lambda=5.25$
$Pr(A|p)=0.105$

$\alpha=0.05$のときのpは約0.015, $\beta=0.10$のときのpは約0.105

5. 表13.4 で $p_0(\%)=0.250$, $p_1(\%)=5.00$ の場合の n, c を求めると

$n=100$, $c=1$

6. 表13.4 で $p_0(\%)=1.00$, $p_1(\%)=20.0$ の場合の n, c を求めると

$n=25$, $c=1$

7.
$$n=\left(\frac{2.32+1.28}{0.10-0.06}\right)^2(0.035)^2=9.98 \fallingdotseq 10$$

$$\bar{x}_U=\frac{1.28\times0.06+2.32\times0.10}{3.60}=0.086$$

8.
$$\frac{\bar{x}_L-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}=-2.32, \quad \frac{\bar{x}_L-\mu_1}{\sigma/\sqrt{n}}=1.64$$

より

$$\bar{x}_L=\frac{1.64\mu_0+2.32\mu_1}{3.96}$$

$$n=\left(\frac{3.96}{\mu_0-\mu_1}\right)^2\sigma^2$$