演習問題解答

1　電波伝搬の基礎

1.1

$$r + \Delta r = \sqrt{(r')^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2} = r' \left\{1 + \left(\frac{D}{2r'}\right)^2\right\}^{1/2} \tag{A1.1}$$

$$\cong r' \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{D}{2r'}\right)^2\right) = r' + \frac{D}{8r'}$$

$$\therefore \quad \Delta r = \frac{D^2}{8r'} \tag{A1.2}$$

この Δr の距離が $\pi/8$ の位相差を与えるから，

$$\frac{2\pi}{\lambda}\frac{D^2}{8r'} = \frac{\pi}{8} \tag{A1.3}$$

と書ける．これを解いて，

$$r' = \frac{2D^2}{\lambda} \tag{A1.4}$$

を得る．

1.2　自由空間伝搬損失は $\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{4\pi df}{c}\right)^2$ で与えられる．
(a), (b), (c) それぞれの自由空間伝搬損失（dB）を L_a, L_b, L_c とする．

$$\text{(a)} \qquad L_a \cong 10\log\left(\frac{4\times 3\times 10\times 2.5\times 10^9}{3\times 10^8}\right)^2 = 20\log 10^3 = 60\ \text{dB} \tag{A1.5}$$

$$\text{(b)} \qquad L_b \cong 10\log\left(\frac{4\times 3\times 10^3\times 800\times 10^6}{3\times 10^8}\right)^2 = 20\log\left(2^5\times 10^3\right)$$

$$= 20(5\log 2 + 3\log 10) \cong 20(1.5+3) = 90\ \text{dB} \tag{A1.6}$$

$$\text{(c)} \qquad L_c \cong 10\log\left(\frac{4\times 3\times 4\times 10^7\times 10\times 10^9}{3\times 10^8}\right)^2 = 20\log\left(2^4\times 10^9\right)$$

$$= 20(4\log 2 + 9\log 10) \cong 20(1.2+9) = 204\ \text{dB} \tag{A1.7}$$

1.3　屈折率 n はこの場合以下のように表される．

$$n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{\dfrac{(\varepsilon_2 - j\sigma_2/\omega)/\mu_2}{\varepsilon_0\mu_0}}}{\sqrt{\dfrac{(\varepsilon_1 - j\sigma_1/\omega)/\mu_1}{\varepsilon_0\mu_0}}} \tag{A1.8}$$

$$(\mu_1 = \mu_2 = \mu_0, \text{および} \sigma_1 \ll 1, \sigma_2 \ll 1)$$

ここで, 空中から比誘電率 9 のコンクリート壁面への電波の入射を考えると, $\varepsilon_2 = 9\varepsilon_0$, $\varepsilon_1 \cong \varepsilon_0$ であるから, $n \cong 3$ である．これを式 (1.45) に代入して（式 (1.47) でも同じ結果が得られる）,

$$R = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2} \tag{A1.9}$$

である．反射係数は振幅次元の値であるから, デシベルを計算する際には $20\log$ をとる．したがって, 反射係数の絶対値のデシベル値を R_{dB} とすると,

$$R_{dB} = 20\log\left|-\frac{1}{2}\right| = -20\log 2 = -6\ \text{dB} \tag{A1.10}$$

1.4　$\boldsymbol{E}_0$ は単位距離における電界, $\boldsymbol{E}_1$ は距離 r_1 に置ける電界であることを考えると, $\boldsymbol{E}_1$ は $\boldsymbol{E}_0$ に比べて振幅が $1/r_1$ となり, 位相が $k(r_1-1)$ だけ変化する．したがって,

$$\boldsymbol{E}_1 = \frac{\mathrm{e}^{-jk(r_1-1)}}{r_1}\boldsymbol{E}_0 \tag{A1.11}$$

と書ける．$\boldsymbol{E}_2$ も同様に表されるが, 地面反射係数 R を考慮して,

$$\boldsymbol{E}_2 = \frac{R\mathrm{e}^{-jk(r_2-1)}}{r_2}\boldsymbol{E_0} \tag{A1.12}$$

となる．これを $\dfrac{|\boldsymbol{E}|^2}{|\boldsymbol{E}_1|^2} = \dfrac{|\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2|^2}{|\boldsymbol{E}_1|^2}$ に代入して,

$$\begin{aligned}
\frac{|\boldsymbol{E}|^2}{|\boldsymbol{E}_1|^2} = \frac{|\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2|^2}{|\boldsymbol{E}_1|^2} &= \frac{\left|\left(\dfrac{\mathrm{e}^{-jk(r_1-1)}}{r_1} + R\dfrac{\mathrm{e}^{-jk(r_2-1)}}{r_2}\right)\boldsymbol{E}_0\right|^2}{\left|\dfrac{\mathrm{e}^{-jk(r_1-1)}}{r_1}\boldsymbol{E}_0\right|^2} \\
&= \frac{|\boldsymbol{E}_0|^2\left|\dfrac{\mathrm{e}^{-jk(r_1-1)}}{r_1} - \dfrac{\mathrm{e}^{-jk(r_2-1)}}{r_2}\right|^2}{|\boldsymbol{E}_0|^2\ \dfrac{|\mathrm{e}^{-jk(r_1-1)}|^2}{r_1}} \qquad (\because R \cong -1) \\
&\cong |\mathrm{e}^{-jk(r_1-1)} - \mathrm{e}^{-jk(r_2-1)}|^2 \qquad (\because r_1 \cong r_2) \\
&= |\mathrm{e}^{-jk(r_1-1)}|^2|1-\mathrm{e}^{-jk(r_2-r_1)}|^2 \\
&= |1-\mathrm{e}^{-jk(r_2-r_1)}|
\end{aligned} \tag{A1.13}$$

となる．ここで,

$$\begin{aligned}
r_2 - r_1 &= \sqrt{d^2+(h_T+h_R)^2} - \sqrt{d^2+(h_T-h_R)^2} \\
&\cong d\left(1+\frac{(h_T+h_R)^2}{2d^2}\right) - d\left(1+\frac{(h_T-h_R)^2}{2d^2}\right) = \frac{2h_Th_R}{d}
\end{aligned} \tag{A1.14}$$

$$\therefore \quad \frac{|\boldsymbol{E}|^2}{|\boldsymbol{E}_1|^2} \cong \left|1 - \mathrm{e}^{-2jk\frac{h_T h_R}{d}}\right|^2$$
$$= \left\{1 - \cos\left(\frac{2kh_T h_R}{d}\right)\right\}^2 + \sin^2\left(\frac{2kh_T h_R}{d}\right)$$
$$= 2\left\{1 - \cos\left(\frac{2kh_T h_R}{d}\right)\right\} \tag{A1.15}$$

1.5　第 n フレネルゾーン半径を r_n とする．式 (1.59) を用いて，

$$\frac{n\lambda}{2} = \frac{r_n^2}{2}\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right) \qquad \therefore \quad r_n = \sqrt{\frac{d_1 d_2 n\lambda}{d_1 + d_2}}$$

$\lambda = \dfrac{3 \times 10^8}{3 \times 10^9} = 0.1$ m, $d_1 = d_2 = 1000/2 = 500$ m であるから，

$$r_n = \sqrt{\frac{500 \times 500 \times n \times 0.1}{500 + 500}} = 5\sqrt{n} \tag{A1.16}$$

を得る．したがって，

$$n = 1, \quad r_1 = 5 \text{ m} \tag{A1.17}$$
$$n = 2, \quad r_2 = 5\sqrt{2} \cong 7.07 \text{ m} \tag{A1.18}$$
$$n = 3, \quad r_3 = 5\sqrt{3} \cong 8.66 \text{ m} \tag{A1.19}$$
$$n = 4, \quad r_4 = 10 \text{ m} \tag{A1.20}$$

である．

2　電離層伝搬

2.1　式（2.9）より，

$$f_N = \sqrt{\frac{(1.605 \times 10^{-19}) \times (2 \times 19^{11})}{4 \times 3.14159^2 \times 8.854 \times 1 -^{-12} \times 9.109 \times 10^{-31}}}$$
$$= \sqrt{80.88 \times 2 \times 10^{11}}$$
$$\fallingdotseq 9 \times 0.447 \times 10^6$$
$$\fallingdotseq 4.03 \text{ MHz} \tag{A2.1}$$

となる．

2.2　見かけの高さは，式（2.10）より，

$$h' = \frac{3 \times 10^8 \times 10^{-3}}{2} = 150 \text{ km} \tag{A2.2}$$

である．また電子密度は，式（2.9）より，

$$N_e = \frac{(5 \times 10^6)^2}{9^2} = 3.1 \times 10^{11} \text{ m}^{-3} \tag{A2.3}$$

と求まる.

2.3　図 2.4 において伝搬路を微小線素 ds に分割すると, そこを通過するのに要する時間は $dt = ds/v = ds/(cn)$ で与えられる. また, 電波の入射角を θ とすると, $ds = dx/\sin x$ である. ただし, x は地上での水平距離である. したがって, 往路 TP に要する時間 t は, P 点の地上点（TR の中点）を Q とすると,

$$t = \int_0^s \frac{ds}{v} = \int_0^Q \frac{dx}{cn\sin\theta} \tag{A2.4}$$

となる. ここで, スネルの法則より, $n\sin\theta = \sin\phi$ であるから,

$$t = \int_0^Q \frac{dx}{c\sin\phi} = \frac{TQ}{c\sin\phi} = \frac{TP}{c} \tag{A2.5}$$

となる. よって, これは光速で曲線 TP を進むのに要する時間に等しいことが分かる.

2.4　式 (2.19) より, $\theta = 60°$ のときは,

$$\text{MUF}: \quad f_M = 9/\cos 60° = 18 \text{ MHz} \tag{A2.6}$$
$$\text{FOT}: \quad f_M \times 0.85 = 15.3 \text{ MHz} \tag{A2.7}$$

である. 同様に, $\theta = 45°$ のときは,

$$\text{MUF}: \quad f_M = 9/\cos 45° = 12.7 \text{ MHz} \tag{A2.8}$$
$$\text{FOT}: \quad f_M \times 0.85 = 10.8 \text{ MHz} \tag{A2.9}$$

である.

3　対流圏伝搬

3.1　式 (3.1) より, 屈折率は

$$n = 1 + \left(\frac{77.6}{300} \times 1000 \times 10^{-6} + \frac{0.373}{300^2} \times 10\right) \fallingdotseq 1.000300 \tag{A3.1}$$

である. 屈折指数は, 式 (3.2) より,

$$N = (1.000300 - 1) \times 10^6 = 300 \text{ NU} \tag{A3.2}$$

である.

3.2　式 (3.2) より, $h = 0.5$ km であるから, 屈折指数は

$$N = 289 \times \mathrm{e}^{-0.138\times 0.5} \fallingdotseq 270 \text{ NU} \tag{A3.3}$$

である. また, 式 (3.15)' より, 修正屈折指数は

$$M = 289 + 118 \times 0.5 = 348 \text{ MU} \tag{A3.4}$$

となる.

3.3　式 (3.19) より,

$$m = n_0 + \frac{h}{k \cdot a} \tag{A3.5}$$

である. この式を h について表すと,

$$h = k \cdot a(m - n_0) \qquad \therefore \quad \frac{dh}{dn} = k \cdot a \tag{A3.6}$$

となる.

3.4　式 (3.22) より, 降雨強度 $R = 10$ mm/h のとき,

$$A = 0.072 \times 10^{1.08} \times 5 \fallingdotseq 4.3 \text{ dB} \tag{A3.7}$$

である. 同様に, 降雨強度 $R = 50$ mm/h のとき,

$$A = 0.072 \times 50^{1.08} \times 5 \fallingdotseq 24.6 \text{ dB} \tag{A3.8}$$

となる.

4　移動伝搬

4.1　伝搬損失の距離特性が $40 \log d + C$ [dB] で表されるので, 距離が d から d' に変わったときの伝搬損失差 ΔL は次式となる.

$$\Delta L = 40 \log d' - 40 \log d = 40 \log \frac{d'}{d} = 40 \log \frac{d'}{100} = 10 \text{ dB} \tag{A4.1}$$

$$\log \frac{d'}{100} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} \tag{A4.2}$$

$$10^{\log \frac{d'}{100}} = 10^{\frac{1}{4}} \tag{A4.3}$$

$$\frac{d'}{100} = 10^{\frac{1}{4}} \cong 1.8 \tag{A4.4}$$

これから, $d' = 180$ m となる.
また, $d = 1$ km のときは, 同様に 1.8 km となる.

4.2　4.1.3 節から変動の周期は $\lambda/2$ である. 周波数 2 GHz の波長は 0.15 m なので, 受信レベルが落ち込む間隔は 0.075 m = 7.5 cm である.

4.3　式 (4.20) から次のように求められる．

$$K = \frac{20}{1} = 20 \tag{A4.5}$$

また, dB で表すと次のようになる．

$$10 \log K = 13 \text{ dB} \tag{A4.6}$$

4.4　式 (4.22) は次式である．

$$L = 69.55 + 26.16 \log f - 13.82 \log h_b - a(h_m) + (44.9 - 6.55 \log h_b) \cdot \log d \tag{A4.7}$$

これに値を代入すると次式になる．

$$130 = 69.55 + 26.16 \log (1000) - 13.82 \log (50) + (44.9 - 6.55 \log (50)) \cdot \log d \tag{A4.8}$$

$$130 = 69.55 + 78.5 - 23.5 + 33.8 \log d \tag{A4.9}$$

これから, $5.5 = 33.8 \log d$ となり, $d = 1.5$ km となる．

4.5　1 波の受信電力を P_0 とすると, 式 (4.44) から平均遅延 τ は次のように求められる．

$$\tau = \frac{\displaystyle\int_0^\infty P(t) \cdot t dt}{\displaystyle\int_0^\infty P(t) dt} = \frac{P_0 \Delta t + P_0 2 \Delta t}{3 P_0} = \Delta t \tag{A4.10}$$

また, 式 (4.43) から遅延スプレッド S は次のように求められる．

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{\displaystyle\int_0^\infty P(t) \cdot (t - \tau)^2 dt}{\displaystyle\int_0^\infty P(t) dt}} \\ &= \sqrt{\frac{P_0 \tau^2 + P_0 (\Delta t - \tau)^2 + P_0 (2\Delta t - \tau)^2}{3 P_0}} \\ &= \sqrt{\frac{P_0 (\Delta t)^2 + P_0 (\Delta t - \Delta t)^2 + P_0 (2\Delta t - \Delta t)^2}{3 P_0}} \\ &= \sqrt{\frac{P_0 (\Delta t)^2 + P_0 (\Delta t)^2}{3 P_0}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Delta t \end{aligned} \tag{A4.11}$$

5　伝搬関連の技術

5.1　式 (5.13) から次のように求められる.

$$\rho(\Delta d) = \cos(k\Delta d) = \cos(2\pi\Delta d/\lambda) = 0.4 \tag{A5.1}$$

$$\cos^{-1}(0.4) = 1.16 \tag{A5.2}$$

これから間隔 Δd は 0.18λ となる.

5.2　選択ダイバーシチのときの CNR は次式から求められる.

$$\mathrm{CNR} = \frac{V_1^2}{N_0} = \frac{1}{0.2} = 5 \tag{A5.3}$$

等利得合成ダイバーシチのときの CNR は次式から求められる.

$$\mathrm{CNR} = \frac{(V_1 + V_2)^2}{2N_0} = \frac{1.5^2}{0.4} = 5.6 \tag{A5.4}$$

最大比合成ダイバーシチのときの CNR は次式から求められる.

$$\mathrm{CNR} = \frac{V_1^2 + V_2^2}{N_0} = \frac{1 + 0.5^2}{0.2} = 6.3 \tag{A5.5}$$

5.3　元の伝搬路特性は A なので, 次式から得られる.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{A5.6}$$

5.4　レイトレーシング法の方が計算時間や計算量は少なくて済むため, 屋外などの広い範囲を対象にできる. 一方, FDTD 法は空間を厳密に計算するためシミュレーション精度が高く, 屋内などの限られた場所に適用できる .

5.5　式 (5.28) から次のように求められる.

$$g = (a + b - c + d - e) - f = (30 + 15 - 0 + 0 - 6) - (-110) = 149\ \mathrm{dB} \tag{A5.7}$$

ただし, ケーブル損失を 0 dB とした.